

クロスプライ CFRP 積層板の微視的層間応力解析手法の開発 (等価材料を用いたモデリングと解析の高効率化)

DEVELOPMENT OF A MICROSCOPIC INTERLAMINAR STRESS ANALYSIS METHOD
FOR CROSS-PLY CFRP LAMINATES (MODELING WITH HOMOGENIZED EQUIVALENT
MATERIALS AND IMPROVEMENT OF COMPUTATIONAL EFFICIENCY)

後藤 圭太¹⁾, 松田 哲也²⁾, 関根 彬允³⁾

Keita GOTO, Tetsuya MATSUDA and Akimasa SEKINE

- 1) 筑波大学大学院システム情報工学研究科 (〒305-8573 つくば市天王台 1-1-1, E-mail: k.goto.1987@gmail.com)
- 2) 筑波大学大学院システム情報工学研究科 (〒305-8573 つくば市天王台 1-1-1, E-mail: matsuda@kz.tsukuba.ac.jp)
- 3) シチズン時計株式会社 (〒359-8511 所沢市下富 840, E-mail: sekineakim@citizen.co.jp)

In this study, a highly-efficient microscopic interlaminar stress analysis method for cross-ply CFRP laminates is developed based on a homogenization theory combined with the substructure method. For this, internal areas of laminae in a cross-ply laminate are modeled by homogenized equivalent materials. On the other hand, the interlaminar areas are modeled by heterogeneous materials comprised of fibers and matrix materials. Then, a unit cell including interlaminar areas is defined as an analysis domain, and is reduced using the point-symmetry of the internal structure of the laminate. Moreover, the substructure method is introduced into the theory for the reduction of computational costs. The present method is then applied to the microscopic interlaminar stress analysis of a carbon fiber/epoxy cross-ply laminate subjected to in-plane off-axis tensile load. It is shown that the present method accurately analyzes marked shear stress and complex out-of-plane normal stress at the interlaminar area. In addition, the computational costs required for the analysis drastically decreases. These results reveal the usefulness of the present method for the microscopic interlaminar stress analysis of cross-ply CFRP laminates.

Key Words: CFRP, Cross-ply Laminate, Interlaminar Stress, Equivalent Material, Homogenization

1. 緒 言

今日最も主要な複合材料の一つである CFRP (Carbon fiber-reinforced plastics: 炭素繊維強化プラスチック) 積層板は、炭素繊維で母材を一方に強化した一方 CFRP (ラミナ) を多方向に積層した材料である。このため CFRP 積層板は、ラミナ同士の接着面である層間を有している。この部分においては、層間はく離などの微視的損傷が生じやすく、これらは積層板の巨視的破壊を引き起こす要因となり得る。したがって、層間およびその近傍における微視的応力分布を解析することは、積層板の強度評価上不可欠な課題の一つである。

これまでに取り組まれてきた積層板層間における応力解析は、ラミナを一様材料と考える場合がほとんどで、このような解析では層間やその近傍における微視的な応力分布を求めることはできなかった。これに対して、繊維と母材からなるラミナの微視構造を考慮した層間の有限要素解析⁽¹⁾⁻⁽³⁾では、層間における応力分布を微視的に解析する取り組みがなされ

た。しかしこれらの解析は、一方向強化積層板を対象とした 2次元解析あるいは一般化 2次元解析の場合に限られていた。CFRP 積層板は 3次元構造を有しているため、層間の詳細な微視的応力分布を明らかにするためには、3次元解析が必須となる。

そこで著者らは、前報^{(4),(5)}において、繊維と母材からなる微視構造を考慮したクロスプライ CFRP 積層板を対象として、微視的層間応力分布の 3次元解析を均質化理論^{(6),(7)}に基づき実施した。その結果、次のことを明らかにした。(1) 層間ではラミナ内部とは大きく異なる微視的応力・ひずみ場が生じており、特に、非主軸方向負荷を受けた場合、層間において顕著な微視的せん断応力が発生する。(2) 層間から繊維一本分程度より離れたところでは、層間で見られた特徴的な応力・ひずみ場が消失することから、層間の影響が及ぶ範囲は極めて局所的である。これらはこれまでにない知見であり、著者らは 3次元微視的層間解析の重要性を示すことに成功したが、この解析は、均質化理論に基づいていることから、層間を含む大規模ユニットセルを用いなければならなかったた

め、計算負荷が大きくなるという問題があった。

しかし、このような問題は、上述した前報の知見を利用すれば克服できる可能性がある。これはすなわち、層間では顕著な微視的応力が発生するため、繊維と母材からなるラミナの微視構造を考慮するが、層間の影響が及ばない領域においては、ラミナをラミナと等価な一様材料（以後等価材料と呼ぶ）に置き換えてモデリングするというものである（Fig. 1参照）。このようなモデリングを行えば、詳細な有限要素分割は層間近傍においてのみ行えばよく、ラミナ内部においては要素分割を大幅に簡略化できると考えられる。これにより、積層板全体にわたって微視構造を考慮した前報^{(4),(5)}に比べ、計算効率を大きく改善できる可能性がある。

そこで本研究では、CFRP 積層板の微視的層間解析を効率よく行うための新たな手法として、ラミナを部分的に等価材料に置き換えるモデリングを行い、それに均質化理論^{(6),(7)}およびサブストラクチャ法⁽⁸⁾を適用する手法を提案する。さらに、提案手法を用いて、炭素繊維/エポキシクロスプライ積層板に面内引張負荷を与えた場合の、層間における微視的応力分布を解析する。この結果を前報^{(4),(5)}の結果と比較し、本手法の妥当性を検討するとともに、解析に要する計算時間を比較することで、その有効性についても検証する。

2. 層間解析手法

2.1. 等価材料を用いたクロスプライCFRP積層板のモデル化

著者らは前報^{(4),(5)}において、積層方向に16本の繊維を含むラミナからなるクロスプライCFRP積層板（Fig. 1(a)）を考え、その微視的層間解析を実施した。その結果、緒言ですでに述べたように、クロスプライCFRP積層板における層間の影響範囲は、層間から繊維一本分程度であることを見出した。このことは、層間から繊維一本分程度より離れた領域は等価材料への置き換えが可能であることを示唆している。そこで本研究では、Fig. 1(b)に示すように、層間に最も近い繊維とその周辺の母材のみ微視構造を考慮し、それ以外の領域は等価材料に置き換えるモデル化を行う。なお、このモデル化の妥当性に関しては、5章において検証する。

2.2. 均質化理論

前節で述べたラミナ内部を等価材料で置き換えたクロスプライCFRP積層板に対して、層間を含むようにユニットセル Y を定義し（Fig. 1(b)）、 Y に対して直交座標系 y_i を設ける。このとき、 Y の各構成材料は次の弾性構成式に従うとする。

$$\sigma_{ij} = c_{ijkl} \varepsilon_{kl} \quad (1)$$

ここで、 c_{ijkl} は構成材料（繊維、母材あるいは等価材料）の弾性剛性テンソルであり、 σ_{ij} と ε_{ij} はそれぞれ微視的応力および微視的ひずみを示す。このとき、弾性変形の均質化理論^{(6),(7)}を適用すると、微視的応力式と巨視的構成式が次のように導かれる。

$$\sigma_{ij} = c_{ijpq} \delta_{pk} \delta_{ql} + \chi_{p,q}^{kl} \varepsilon_{kl} \quad (2)$$

$$\Sigma_{ij} = \left\langle c_{ijpq} \delta_{pk} \delta_{ql} + \chi_{p,q}^{kl} \right\rangle \varepsilon_{kl} \quad (3)$$

上式において、 δ_{ij} はKroneckerのデルタ、 $(\cdot)_{,i}$ は y_i に関する微分をそれぞれ示す。また $\langle \cdot \rangle$ は、 Y に関する体積平均を意味し、 $|Y|$ を Y の体積とすると、 $\langle \cdot \rangle = |Y|^{-1} \int_Y \cdot dY$ と定義される。ここで χ_i^{kl} は、次の Y に対する境界値問題

$$\int_Y c_{ijpq} \chi_{p,q}^{kl} \delta u_{i,j} dY = - \int_Y c_{ijkl} \delta u_{i,j} dY \quad (4)$$

を解くことにより得られる Y -周期関数であり、特性関数と呼ばれる。ここで $\delta u_{i,j}$ は、 Y -周期性を満足する任意の擾乱変位である。一般に、境界値問題(4)は有限要素法を用いて解く

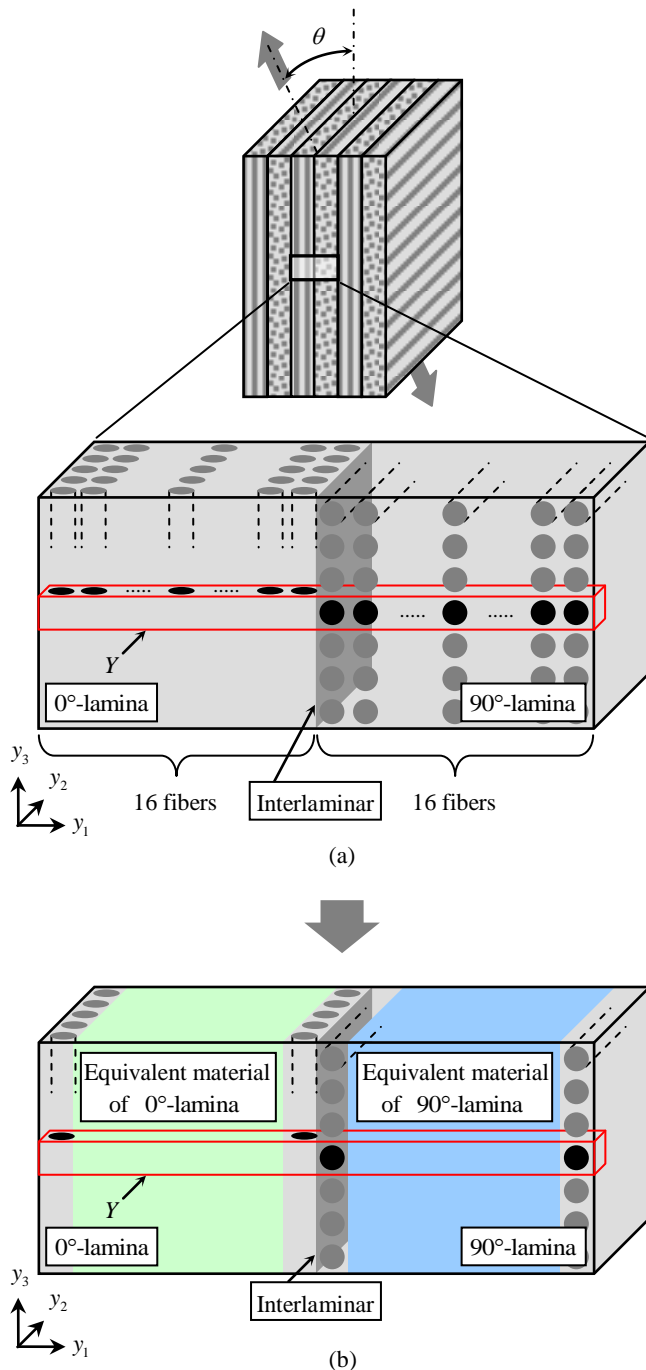


Fig. 1 Cross-ply CFRP laminate and its unit cell Y ; (a) laminae consist of fibers and matrix, (b) internal regions of laminae are replaced by equivalent materials.

ことができるから、離散化すると次式を得る.

$$\mathbf{K}\chi^{kl} = \mathbf{F}^{kl} \quad (kl=11, 22, 33, 12, 23, 31) \quad (5)$$

ここで χ^{kl} は、特性関数 χ_i^{kl} の節点値ベクトルを示す. また, \mathbf{K} と \mathbf{F}^{kl} はそれぞれ

$$\mathbf{K} = \int_Y \mathbf{B}^T \mathbf{C} \mathbf{B} dY, \quad \mathbf{F}^{kl} = - \int_Y \mathbf{B}^T \mathbf{C}^{kl} dY \quad (6)$$

と表される. ここで, \mathbf{B} はひずみ-変位マトリックス, \mathbf{C} は c_{ijkl} に基づく弾性剛性マトリックス, 添字 T は転置を意味し, $\mathbf{C}^{kl} = \{c_{11kl}, c_{22kl}, c_{33kl}, c_{12kl}, c_{23kl}, c_{31kl}\}^T$ である.

式(5)を解き, χ^{kl} が求めれば, 式(2)と(3)に基づき積層板の巨視的弾性挙動および微視的応力分布を計算できる. すなわち, 積層板層間での微視的応力分布を調べることができる.

3. 数値計算の効率化

本章では, 前章で述べた層間解析手法をさらに効率的なものとするため, 積層板の内部構造が有する点対称性⁽⁹⁾を利用するとともに, サブストラクチャ法⁽⁸⁾を導入することで, 計算コストを低減する.

3.1. 半ユニットセル⁽⁹⁾

本節では, 積層板の内部構造の点対称性を利用することで, 解析領域の半減⁽⁹⁾を試みる. いま, Fig. 2 に示すような Y の半分の領域である半ユニットセル \tilde{Y} に着目する. このとき, Fig. 2 からわかるように, 積層板の内部構造は, \tilde{Y} の左右端面の中心 C_A および C_B に関して点対称となる. この結果, 特性関数 χ_i^{kl} も, これらの点に関する点対称性を満足する. このような点対称分布を境界条件に用いることで, Y の代わりに \tilde{Y} を解析領域に取ることができ, \tilde{Y} に関する境界値問題が次のように導かれる⁽⁹⁾.

$$\int_{\tilde{Y}} c_{ipq} \chi_{p,q}^{kl} \delta u_{i,j} d\tilde{Y} = - \int_{\tilde{Y}} c_{ijkl} \delta u_{i,j} d\tilde{Y} \quad (7)$$

この境界値問題(7)は, Y に関する境界値問題(4)と解析領域を除いて形が変わらない. したがって, 境界値問題(4)と同じく有限要素法を用いて解くことができるから, 前章と同様に離散化すると,

$$\tilde{\mathbf{K}}\tilde{\chi}^{kl} = \tilde{\mathbf{F}}^{kl} \quad (kl=11, 22, 33, 12, 23, 31) \quad (8)$$

を得る. ここで, $\tilde{\mathbf{K}}$ と $\tilde{\mathbf{F}}^{kl}$ はそれぞれ次式で表される.

$$\tilde{\mathbf{K}} = \int_{\tilde{Y}} \mathbf{B}^T \mathbf{C} \mathbf{B} d\tilde{Y}, \quad \tilde{\mathbf{F}}^{kl} = - \int_{\tilde{Y}} \mathbf{B}^T \mathbf{C}^{kl} d\tilde{Y} \quad (9)$$

この結果, 解析領域は半減され, 計算負荷が低減される. ただし, \tilde{Y} の左右端面においては, Y -周期境界条件ではなく, 点 C_A と C_B に関する点対称境界条件を適用する.

3.2. サブストラクチャ法⁽⁸⁾

半ユニットセル \tilde{Y} を解析領域とした場合, ユニットセル Y と比べ, 節点数が約1/2になる. このため, 計算負荷はかなり低減されるが, 依然として大規模である. そこで本節では, 式(8)の解法としてサブストラクチャ法⁽⁸⁾を導入する.

Fig. 2 に示すように, \tilde{Y} が立方体セル A_i と B_i ($i=1, 2, \dots, 8$) からなると考え, A_i と B_i をサブストラクチャとして \tilde{Y} を分割する. このときまず, サブストラクチャ A_i に対する境界値問題が次のように導かれる⁽⁸⁾.

$$\mathbf{K}_{A_i} \chi_{A_i}^{kl} = \mathbf{F}_{A_i}^{kl} \quad (i=1, 2, \dots, 8) \quad (10)$$

ここで, $\chi_{A_i}^{kl}$ は A_i における特性関数の節点値ベクトルを示し, \mathbf{K}_{A_i} と $\mathbf{F}_{A_i}^{kl}$ は次式のように表される.

$$\mathbf{K}_{A_i} = \int_{A_i} \mathbf{B}^T \mathbf{C} \mathbf{B} dA_i, \quad \mathbf{F}_{A_i}^{kl} = - \int_{A_i} \mathbf{B}^T \mathbf{C}^{kl} dA_i \quad (11)$$

ただし, $\chi_{A_i}^{kl}$ は隣接するサブストラクチャの共有節点において連続する必要があるから, 境界値問題(10)は各サブストラクチャで独立に解くことはできない.

つづいて, $\chi_{A_i}^{kl}$ の成分を A_i の内部節点と境界節点に関する成分に分離し, 境界値問題(10)から内部節点に関する成分を消去する. $\chi_{A_i}^{kl}$ をサブストラクチャの内部節点に関する成分 $\chi_{A_i}^{kl(\Omega)}$ と, 境界節点に関する成分 $\chi_{A_i}^{kl(\Gamma)}$ に分離することで, 境界値問題(10)は,

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{A_i}^{(\Gamma)} & \mathbf{K}_{A_i}^{(\Gamma\Omega)} \\ \mathbf{K}_{A_i}^{(\Omega\Gamma)} & \mathbf{K}_{A_i}^{(\Omega)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \chi_{A_i}^{kl(\Gamma)} \\ \chi_{A_i}^{kl(\Omega)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{F}_{A_i}^{kl(\Gamma)} \\ \mathbf{F}_{A_i}^{kl(\Omega)} \end{Bmatrix} \quad (12)$$

と表され, 式(12)の第2式より,

$$\chi_{A_i}^{kl(\Omega)} = (\mathbf{K}_{A_i}^{(\Omega)})^{-1} (\mathbf{F}_{A_i}^{kl(\Omega)} - \mathbf{K}_{A_i}^{(\Omega\Gamma)} \chi_{A_i}^{kl(\Gamma)}) \quad (13)$$

が導かれる. 上式を式(12)の第1式に代入することで $\chi_{A_i}^{kl(\Omega)}$ を消去でき, その結果,

$$\bar{\mathbf{K}}_{A_i}^{(\Gamma)} \chi_{A_i}^{kl(\Gamma)} = \bar{\mathbf{F}}_{A_i}^{kl(\Gamma)} \quad (i=1, 2, \dots, 8) \quad (14)$$

を得る. ここで $\chi_{A_i}^{kl(\Gamma)}$ は, A_i の境界における特性関数の節点値ベクトルを示す. また $\bar{\mathbf{K}}_{A_i}^{(\Gamma)}$ と $\bar{\mathbf{F}}_{A_i}^{kl(\Gamma)}$ は, 次の式(15)および式(16)に示すマトリックスおよびベクトルである.

$$\bar{\mathbf{K}}_{A_i}^{(\Gamma)} = \mathbf{K}_{A_i}^{(\Gamma)} - \mathbf{K}_{A_i}^{(\Gamma\Omega)} (\mathbf{K}_{A_i}^{(\Omega)})^{-1} \mathbf{K}_{A_i}^{(\Omega\Gamma)} \quad (15)$$

$$\bar{\mathbf{F}}_{A_i}^{kl(\Gamma)} = \mathbf{F}_{A_i}^{kl(\Gamma)} - \mathbf{K}_{A_i}^{(\Gamma\Omega)} (\mathbf{K}_{A_i}^{(\Omega)})^{-1} \mathbf{F}_{A_i}^{kl(\Omega)} \quad (16)$$

式(14)は, サブストラクチャ B_i に関してもまったく同様に導かれるから, 次式を得る.

$$\bar{\mathbf{K}}_{B_i}^{(\Gamma)} \chi_{B_i}^{kl(\Gamma)} = \bar{\mathbf{F}}_{B_i}^{kl(\Gamma)} \quad (i=1, 2, \dots, 8) \quad (17)$$

最後に, 式(14)と(17)を一つにまとめることにより, 全てのサブストラクチャの境界節点のみに関する境界値問題が次のように導かれる.

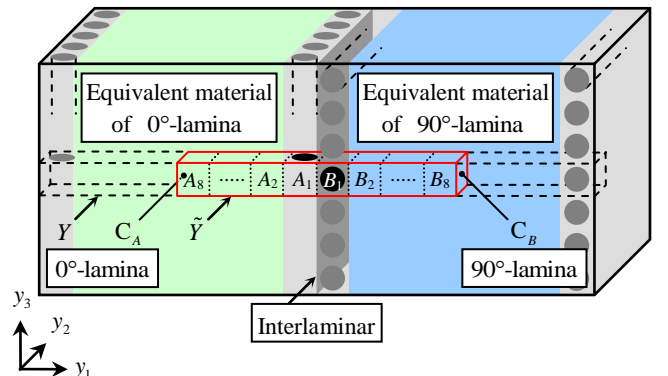


Fig. 2 Semiunit cell \tilde{Y} and cubic substructures A_i ($i=1, 2, \dots, 8$) and B_i ($i=1, 2, \dots, 8$).

$$\mathbf{K}^{(r)} \boldsymbol{\chi}^{M(r)} = \mathbf{F}^{M(r)} \quad (18)$$

ここで、 $\mathbf{K}^{(r)}$ は $\bar{\mathbf{K}}_A^{(r)}$ と $\bar{\mathbf{K}}_B^{(r)}$ から構成されるマトリックス、 $\mathbf{F}^{M(r)}$ は $\bar{\mathbf{F}}_A^{M(r)}$ と $\bar{\mathbf{F}}_B^{M(r)}$ から構成されるベクトル、 $\boldsymbol{\chi}^{M(r)}$ はサブストラクチャ A_i と B_i ($i=1, 2, \dots, 8$)の境界節点における特性関数の節点値ベクトルをそれぞれ表す。この境界値問題(18)を、 Y -周期境界条件および点対称境界条件に加え、隣接するサブストラクチャの共有節点における特性関数の連続条件のもとに解くことで、各サブストラクチャの境界節点における特性関数が求まる。また、式(13)等からサブストラクチャの内部節点での特性関数が計算でき、 \tilde{Y} の全節点での特性関数が得られる。

4. 解析条件

本研究では、2章および3章の方法を用いて、炭素繊維/エポキシクロスプライ積層板が面内引張荷重を受け弾性変形する場合の、層間における微視的応力分布を解析した。さらに、その結果を前報の結果と比較し、本手法の妥当性を確認するとともに、計算効率についても検証した。この章では、本解析の解析条件について述べる。

4.1. サブストラクチャおよび有限要素分割

本解析で用いたサブストラクチャをFigs. 3-5に示す。Fig. 3に示すように、層間を含むサブストラクチャ A_1 および B_1 については、炭素繊維とエポキシからなる微視構造を考慮し、詳細な有限要素分割を行った(要素数3744, 節点数4381)。繊維体積率は56%とした。これに対して、 A_2 および B_2 以降のサブストラクチャは等価材料として、微視構造を考慮せず、粗い有限要素分割を施した。Fig. 4に示す A_2 および B_2 は、要素分割が詳細な領域と粗い領域の接続部となるため、やや要素分割数が多いが(要素数644, 節点数897)、 $A_3 \sim A_8$ および $B_3 \sim B_8$ は、Fig. 5のように要素数8, 節点数27と非常に粗い要素分割とした。

4.2. 材料特性

炭素繊維は横等方弾性体、エポキシは等方弾性体とし、これらの材料定数を前報^{(4),(5)}と同じくTable 1のように設定した。ここで、材料定数の添字LとTはそれぞれ繊維の軸方向および横方向を意味する。また、 $A_2 \sim A_8$ および $B_2 \sim B_8$ に適用した等価材料物性(一方向強化ラミナの均質化材料定数)についてもTable 1に記す。これは、 A_1 (あるいは B_1)をユニットセルとし、弾性変形の均質化理論により算出した値である。

4.3. 負荷条件

巨視的負荷として、 $\theta = 45^\circ$ の非主軸引張を考えた。引張方向における巨視的弾性ひずみが $E_0 = 0.5\%$ となるように面内負荷を与え、巨視的平面応力条件のもとに解析を行った。

4.4. 比較解析

本解析(解析Aとする)の妥当性・有効性を検証するため、前報^{(4),(5)}と同じく、ラミナ全体にわたって微視構造を考慮した場合、すなわち、全ての A_i ($i=1, 2, \dots, 8$)に対してFig. 3(a)の A_1 を、全ての B_i ($i=1, 2, \dots, 8$)に対してFig. 3(b)の B_1 を適用した場合の解析(解析Bとする)も行った。これらの解析を行う際の境界値問題(18)における自由度をTable 2に示す。こ

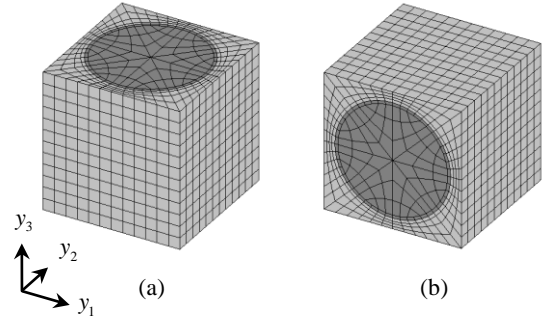


Fig. 3 Finite element meshes of (a) A_1 (0° -lamina) and (b) B_1 (90° -lamina).

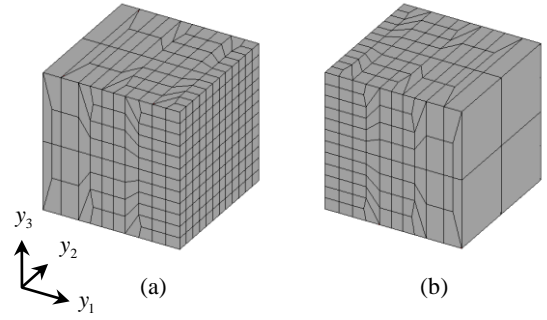


Fig. 4 Finite element meshes of (a) A_2 (0° -lamina) and (b) B_2 (90° -lamina).

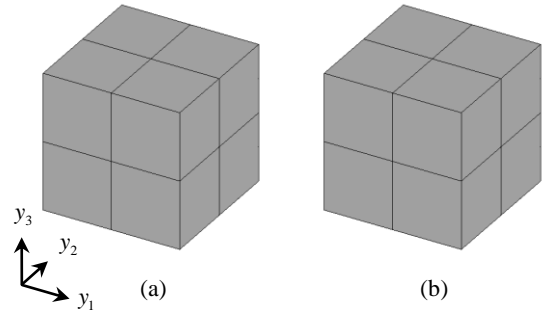


Fig. 5 Finite element meshes of (a) $A_3 \sim A_8$ (0° -lamina) and (b) $B_3 \sim B_8$ (90° -lamina).

Table 1 Material constants^{(4),(5)}.

Carbon fiber	$E_{LL} = 240[\text{GPa}]$	$\nu_{TT} = 0.49$
	$E_{TT} = 15.5[\text{GPa}]$	$\nu_{LT} = 0.28$
	$G_{LT} = 24.7[\text{GPa}]$	
Epoxy	$E = 3.5[\text{GPa}]$	$\nu = 0.35$
Equivalent material of laminae	$E_{LL} = 136[\text{GPa}]$	$\nu_{TT} = 0.46$
	$E_{TT} = 8.2[\text{GPa}]$	$\nu_{LT} = 0.31$
	$G_{LT} = 40.6[\text{GPa}]$	

Table 2 DOF of Eq. (18).

	Analysis A	Analysis B
DOF of Eq. (18)	9051	50091

の表より、解析 A の自由度は、解析 B と比較して約 1/5 となっており、計算負荷を大幅に低減することが可能であると予想される。

5. 解析結果

5.1. 微視的層間応力分布

まず、解析 A (本解析) によって得られた A_1 の層間面における合成せん断応力 $(\tau_{12}^2 + \tau_{13}^2)^{1/2}$ のベクトル分布を Fig. 6(a) に示す。この図を見ると、クロスプライ CFRP 積層板の層間においては、繊維回転に起因する非常に顕著な微視的せん断応力が発生していることがわかる。この最大値は 9.06MPa であり、これは Mises の相当応力に換算すると、積層板に作用している巨視的引張応力 (73.5MPa) の約 21.4% に及ぶ。このような解析結果を、解析 B の結果である Fig. 6(b) と比較すると、両者は非常に良く一致していることがわかる。例えば、解析 A の最大値は 9.0645MPa、解析 B の最大値は 9.0830MPa であり、誤差は 0.2% 程度に抑えられている。

次に、解析 A により得られた層間における面外垂直応力 σ_{11} の分布を Fig. 7(a) に示す。この図を見ると、積層板には巨視的引張負荷しか与えていないにもかかわらず、微視的には面外方向に複雑な引張・圧縮応力が生じており、 $\theta = 45^\circ$ 方向に

において圧縮応力が、 $\theta = -45^\circ$ 方向において引張応力が発生していることがわかる。このような応力分布は、解析 B の結果である Fig. 7(b) と非常に良く一致している。上述したせん断応力の場合と同様に比較すると、引張応力の最大値は、解析 A で 1.4441MPa、解析 B で 1.4414MPa、圧縮応力の最大値は、解析 A で 2.3403MPa、解析 B で 2.3411MPa となっており、それぞれの誤差は 0.2% および 0.03% 程度であることがわかる。これらの結果から、クロスプライ CFRP 積層板の微視的層間応力分布を解析する手法として、本手法は妥当であると言える。

5.2. 計算効率の検討

本手法の計算効率について検討するため、境界値問題(18)の求解に要した時間を、解析 A および B の場合に対してそれぞれ Table 3 に示す。なお、解析にはワークステーション (AMD Opteron 6168) を使用し、境界値問題(18)の求解には LU 分解法 (Intel MKL 11.0) を用いた。この結果から、本手

Table 3 Computational time for the analysis A and B.

	Analysis A	Analysis B
Time [s]	79.9	13186

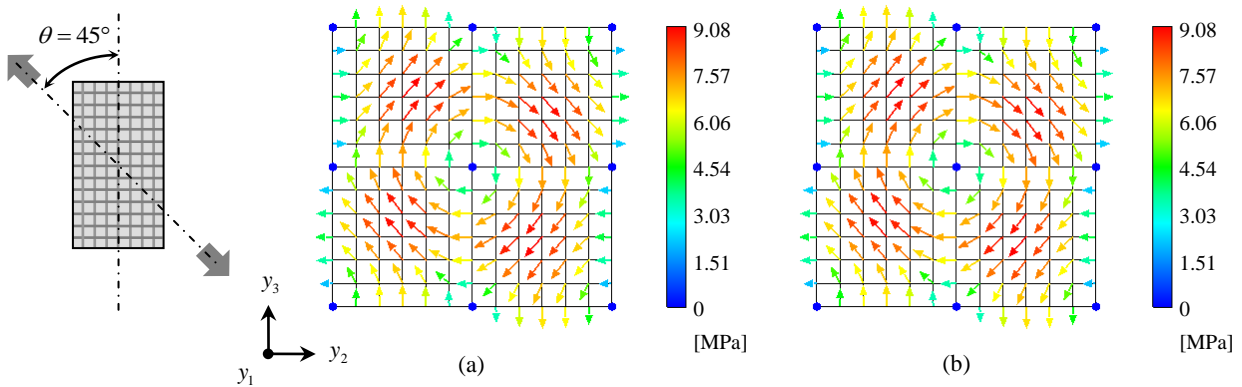


Fig. 6 Distribution of resultant shear stress $(\tau_{12}^2 + \tau_{13}^2)^{1/2}$ on the interlaminar plane at $E_\theta = 0.5\%$ ($\theta = 45^\circ$); (a) analysis A and (b) analysis B.

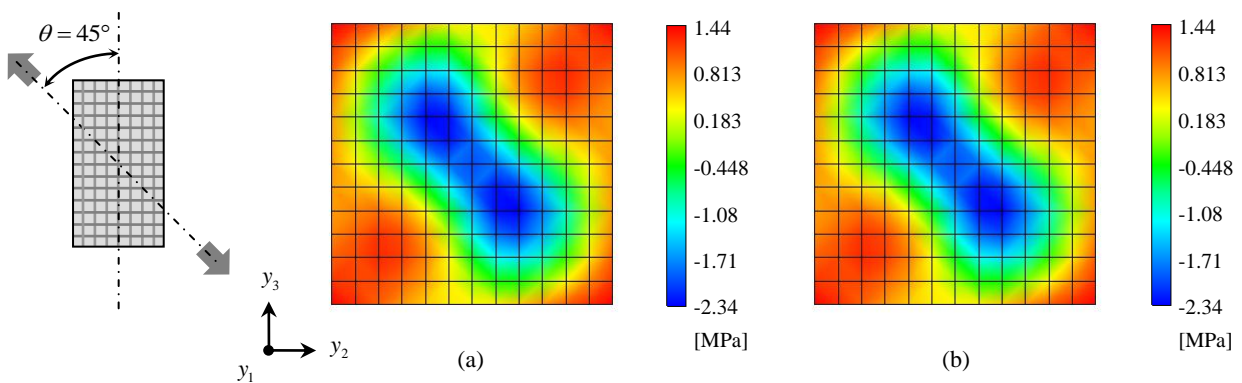


Fig. 7 Distribution of out-of-plane normal stress σ_{11} on the interlaminar plane at $E_\theta = 0.5\%$ ($\theta = 45^\circ$); (a) analysis A and (b) analysis B.

法を用いた解析 A は、解析 B と比べて計算時間が約 1/165 に短縮されており、極めて計算効率が上昇していることがわかる。

上述した結果より、本手法は、全領域にわたって微視構造を考慮した解析と同等の解析精度を達成しつつ、高い計算効率を提供する手法であると言える。

6. 結 言

本研究では、クロスプライ CFRP 積層板の微視的層間解析を効率的に行う手法を新規に開発し、それを用いて、面内引張負荷を受ける炭素繊維/エポキシクロスプライ積層板の層間における微視的な応力分布を解析した。このためまず、層間の影響範囲内では炭素繊維と母材からなる微視構造を考慮し、一方で、層間の影響が及ばないラミナ内部においては、一方向強化ラミナと等価な一様材料への置き換えを行うというモデル化を実施した。さらに、積層板の内部構造の点対称性を利用して解析領域を半減するとともに、サブストラクチャ法を適用することにより、計算負荷を低減した。本手法を用いた解析の結果、面内非主軸引張負荷を受けるクロスプライ CFRP 積層板の層間では、顕著な微視的せん断応力および複雑な面外引張・圧縮応力が発生することが示された。この結果は、積層板全体にわたり微視構造を考慮した場合の解析結果と非常に良く一致し、本手法の妥当性が示された。さらに、解析に要する計算時間は約 1/165 となり、計算コストの大幅な低減が可能であることが明らかとなった。

上述のように、本手法は、解析の精度を保ちつつ、高い計算効率を実現し得るから、クロスプライ積層板よりもさらに内部構造が複雑なアングルプライ積層板や擬似等方積層板などの層間解析も効率よく実施できると予想される。また本手法では、層間近傍においてのみ微視構造を考えればよいとため、層間近傍においてランダムに繊維が配列された微視構造を採用することで、より現実に即した層間解析が比較的低コストで実現できると考えられる。さらに本手法は、計算効率が高いことから、増分計算が必要となる非弾性層間解析への展開も期待できる。これらは今後の研究課題である。

- (1) Pagano, N. J. and Rybicki, E. F.: On the significance of effective modulus solutions for fibrous composites, *Journal of Composite Materials*, **8** (1974), pp. 214-228.
- (2) Raghavan, P., Moorthy, S., Ghosh, S. and Pagano, N. J.: Revisiting the composite laminate problem with an adaptive multi-level computational model, *Composites Science and Technology*, **61** (2001), pp. 1017-1040.
- (3) Raghavan, P. and Ghosh, S.: Concurrent multi-scale analysis of elastic composites by a multi-level computational model, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **193** (2004), pp. 497-538.
- (4) 松田哲也, 奥村 大, 大野信忠, 徳田正孝: 均質化理論を用いたクロスプライ積層板の層間およびその近傍における微視的 3 次元解析, 計算数理工学論文集, **4** (2004), pp. 69-74.
- (5) Matsuda, T., Okumura, D., Ohno, N. and Kawai, M.: Three-dimensional microscopic interlaminar analysis of cross-ply laminates based on a homogenization theory, *International Journal of Solids and Structures*, **44** (2007), pp. 8274-8284.
- (6) Bensoussan, A., Lions, J. L. and Papanicolau, G.: *Asymptotic Analysis for Periodic Structures*, (1978), North-Holland Publishing Company.
- (7) Sanchez-Palencia, E.: *Non-Homogeneous Media and Vibration Theory, Lecture Notes in Physics, No. 127*, (1980), Springer-Verlag.
- (8) Zienkiewicz, O. C. and Taylor, R. L.: *The Finite Element Method, 5th Edition*, (2000), Butterworth-Heinemann.
- (9) Ohno, N., Matsuda, T. and Wu, X.: A homogenization theory for elastic-viscoplastic composites with point symmetry of internal distributions, *International Journal of Solids and Structures*, **38** (2001), pp. 2867-2878.