

1 台参照線形車両追従モデルの比較検討について

Comparison of One-Leader Linear Vehicle Following Model

杉本 祐介¹⁾, 朝比奈 鋼司¹⁾, 清水 光輝¹⁾, 脇田 佑希子¹⁾, 玉城 龍洋²⁾, 北 栄輔^{1,3)}

Yusuke Sugimoto, Koji Asahina, Hikaru Shimizu, Yukiko Wakita, Tatsuhiro Tamaki, and Eisuke Kita

- 1) 名古屋大学大学院情報科学研究科 (〒 464-8601 名古屋市千種区不老町 1)
 2) 沖縄工業高等専門学校 (〒 905-2192 沖縄県名護市辺野古 905)
 3) 神戸大学大学院システム情報学研究科 (〒 657-8501 神戸市灘区六甲台町 1-1, E-mail: kita@is.nagoya-u.ac.jp)

A car driver accelerates his vehicle according to the information from the vehicle ahead. The vehicle following model is based on this concept. In this study, the linear vehicle following models are compared in their stability effect for the traffic flow. The stability analysis of the Chandler, linear Newell, Bierley and Rockwell models is performed for comparing the stability region of the parameters. After that, the traffic flow on a one-way road is simulated. The stability analysis revealed that Bierley model might not have the stability region for the parameters. The results showed that Rockwell model had the shortest convergence time for the velocity fluctuation.

Key Words: Chandler Model, Newell Model, Bierley Model, Rockwell Model, Stability Analysis.

1. はじめに

車両の速度制御に関する数理モデルとして車両追従モデルが広く提案されている。車両追従モデルでは、運転者は直前方車両の挙動にตอบสนองして自車両を制御することに基づき、直前方車両からの情報（速度や車間距離など）に応じて自車両の速度を制御する。これまでに、直前方車両との速度差に応じて自車両の加速度を求める Chandler モデル⁽¹⁾、速度を直前方車両との車間距離の関数として定義する Newell モデル⁽²⁾、直前方車両との速度差と車間距離に応じて加速度を制御する Bierley モデル⁽³⁾、前方車両との速度差と前方車両の加速度によって自車両の加速度を決定する Rockwell モデル⁽⁴⁾などが提案されている。

本研究では、上記の車両追従モデルについて安定性解析を行い、交通流が安定となるパラメータの範囲からモデルの特徴について述べる。Chandler は、安定な交通流とは、複数の車両が列を形成して走行しているとき、車列前方で発生した外乱の影響が後方車両に小さく伝われば良いとしている。本研究でも、この考えにしたがって安定性解析を行う。続いて、設計したパラメータを用いて交通流シミュレーションを行い、速度変動幅や速度が安定状態に戻るまでの時間などを比較する。

本論文の構成は次の通りである。第 2 節では、車両追従モデルの安定性解析を行い、モデルの安定領域を比較する。第

3 節では、設計されたモデルパラメータを用いて交通シミュレーションを行い、突然の速度変動に対する応答性などを比較する。第 4 節では、本研究で得られた知見について、改めてまとめる。

2. 安定性解析

Chandler は、安定な交通流とは、複数の車両が列を形成して走行しているとき、車列前方で発生した外乱の影響が後方車両には小さく影響を受ければ良いとしている。図を用いてもう少し説明を加えたい。図 1 のように、複数の車両が連なって走行している状態を考える。ここで、先頭車両から昇順で番号付けされており、最後尾車両が n である。この車列の先頭車両でブレーキなどによる急激な速度変化が生じた場合、その他車両への影響は、先頭車両の直後車両で最も大きく、そこから離れるに従って小さくなる予想される。これが、Chandler の考える安定な交通流である。本節では、この考えにしたがって安定性解析を行う。

2.1. Chandler モデルの場合

複数の車両が連なって走行している状態を考える (図 1)。

Chandler モデル⁽¹⁾によれば先頭から n 番目の車両の運動は次式で与えられる。

$$\ddot{x}_n(t + \Delta t) = \alpha \{ \dot{x}_{n-1}(t) - \dot{x}_n(t) \} \quad (1)$$

ここで、 $x_n(t)$ は時刻 t における n 番目の車両の位置であり、 \dot{x}_n は n 番目の車両の速度、 \ddot{x}_n は n 番目の車両の加速度、 α

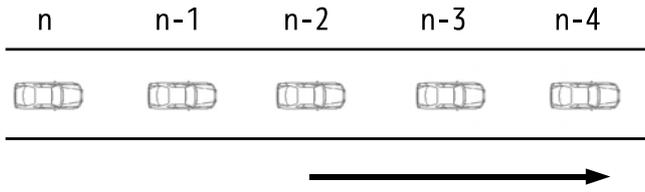


Fig. 1 Vehicle platoon

は前方車両に対する感度係数， Δt は遅れ時間である． \dot{x}_{n-1} は直前方車両の速度を示すので，右辺の括弧内は直前方車両と自車両の速度差を与えることになる．したがって式 (1) は，直前方車両との速度差によって自車両の加速度を変更するモデルである．

すべての車両が等間隔を保ち，等速度 \dot{x}_n で走行している状態を平衡状態とする．その状態から微小なずれ \dot{x}_n の状態を考える．つまり，

$$\dot{x}_n = \dot{x}_0 + \dot{x}_n \quad (2)$$

これを式 (1) に代入して整理すると， \ddot{x}_n についての次式を得る．

$$\ddot{x}_n(t + \Delta t) = \alpha \{ \dot{x}_{n-1}(t) - \dot{x}_n(t) \} \quad (3)$$

この方程式の解の一つは次式で与えられる．

$$\ddot{x}_n = A_n \cdot e^{j\omega t} \quad (4)$$

これを式 (3) に代入して整理すると次式を得る．

$$-\omega^2 A_n e^{j\omega \Delta t} = -\alpha j \omega (A_{n-1} - A_n) \quad (5)$$

テーラー展開

$$e^{j\omega t} \simeq 1 + j\omega t \quad (6)$$

を式 (5) に適用すると次式を得る．

$$-\omega^2 A_n (1 + j\omega \Delta t) = -\alpha j \omega (A_{n-1} - A_n) \quad (7)$$

この式を変形すると次式を得る．

$$|G(\omega)| = \frac{A_n}{A_{n-1}} = \frac{\alpha j}{-\omega + j(\alpha - \omega^2 \Delta t)} \quad (8)$$

何らかの理由により車列の前方車両に速度変動が生じた場合，その影響は後方車両に進むにつれて小さくなることが望ましい．つまり，式 (8) より， $A_n < A_{n-1} < \dots < A_0$ となるためには $|G(\omega)| < 1$ でなければならない． $|G(\omega)|^2$ は次式で与えられる．

$$|G(\omega)|^2 = \frac{\alpha^2}{\omega^2 + (\alpha - \omega^2 \Delta t)^2} \quad (9)$$

式 (9) を展開して整理すると次式を得る．

$$0 < \Delta t^2 \omega^2 + (1 - 2\alpha \Delta t) \quad (10)$$

すべての ω について式 (10) を満足するためには，次式を満足しなければならない．

$$\alpha \leq \frac{1}{2\Delta t} \quad (11)$$

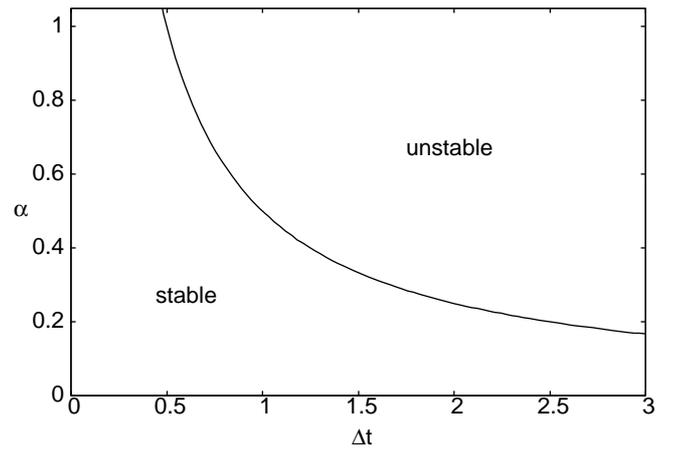


Fig. 2 Stability region of Chandler model parameter

この時， Δt ， α が安定条件を満たす領域を示すと図 2 のようになる．この図で横軸は遅れ時間 Δt ，縦軸は直前方車両との速度差に対する感度 α である．この図より，遅れ時間 Δt が小さいほどパラメータ α の最大値が大きくなり，安定領域が拡大していることがわかる．

2.2. 線形 Newell モデルの場合

Newell モデル⁽²⁾によれば，先頭から n 番目の車両の加速度は次式で与えられる．

$$\dot{x}_n(t + \Delta t) = G_n(x_{n-1}(t) - x_n(t)) \quad (12)$$

G_n は n 番目の車両に関する関数であり，それは，直前方車両との距離 $x_{n-1}(t) - x_n(t)$ の関数として定義されている．本論文では， G_n が車間距離の線形な比例関数として与えられる場合を考える．つまり，

$$G_n(x_{n-1}(t) - x_n(t)) = \alpha \{ x_{n-1}(t) - x_n(t) \} \quad (13)$$

ここで， α は定数であり，前方車両との車間距離に関する感度である．式 (13) を式 (12) へ代入すると次式を得る．

$$\dot{x}_{n+1}(t + \Delta t) = \alpha \{ x_{n-1}(t) - x_n(t) \} \quad (14)$$

式 (2)(4)(6) を式 (14) へ代入して整理すると次式を得る．

$$j\omega A_n (1 + j\omega \Delta t) = \alpha (A_{n-1} - A_n) \quad (15)$$

式 (15) を変形すると次式を得る．

$$G(\omega) = \frac{A_n}{A_{n-1}} = \frac{\alpha}{\alpha - \omega^2 \Delta t + j\omega} \quad (16)$$

式 (16) より $|G(\omega)|^2$ を求めると次式を得る．

$$|G(\omega)|^2 = \frac{\alpha^2}{(\alpha - \omega^2 \Delta t)^2 + \omega^2} \quad (17)$$

$|G(\omega)|^2 \leq 1$ となるためには，

$$0 \leq \omega^2 \{ \omega^2 \Delta t^2 + (1 - 2\alpha \Delta t) \} \quad (18)$$

式 (18) を満たすには，

$$\alpha \leq \frac{1}{2\Delta t} \quad (19)$$

得られた条件式は、パラメータの物理的意味は異なるが、不等式の形自体は Chandler モデルの結果と同じであるので、図示すると Chandler モデルと同じ安定領域図が得られる。そこで、パラメータの安定領域図は記載しない。

2.3. Bierley モデルの場合

Bierley モデル⁽³⁾によれば、先頭から n 番目の車両の加速度は次式で与えられる。

$$\ddot{x}_n(t + \Delta t) = \alpha \{x_{n-1}(t) - x_n(t)\} + \beta \{\dot{x}_{n-1}(t) - \dot{x}_n(t)\} \quad (20)$$

α は前方車両との車間距離に対する感度係数、 β は前方車両との速度差に対する感度係数である。

式 (2)(4)(6) を式 (20) へ代入して整理すると次式を得る。

$$-\omega^2 A_n(1 + j\omega\Delta t) = \alpha(A_{n-1} - A_n) + \beta j\omega(A_{n-1} - A_n) \quad (21)$$

式 (21) を変形すると次式を得る。

$$G(\omega) = \frac{A_n}{A_{n-1}} = \frac{\alpha + \beta j\omega}{\alpha - \omega^2 + j(\beta\omega - \omega^3\Delta t)} \quad (22)$$

式 (22) より $|G(\omega)|^2$ を求めると次式を得る。

$$|G(\omega)|^2 = \frac{\alpha^2 + (\beta\omega)^2}{(\alpha - \omega^2)^2 + (\beta\omega - \omega^3\Delta t)^2} \quad (23)$$

安定条件は、 $|G(\omega)|^2 \leq 1$ を満たすことである。ここで、式 (23) より、

$$\begin{aligned} \alpha^2 + (\beta\omega)^2 &\leq (\alpha - \omega^2)^2 + (\beta\omega - \omega^3\Delta t)^2 \\ 0 &\leq \Delta t^2\omega^6 + (1 - 2\beta\Delta t)\omega^4 - 2\alpha\omega^2 \end{aligned} \quad (24)$$

式 (24) より、

$$\begin{aligned} f(\omega) &\equiv \Delta t^2\omega^6 + (1 - 2\beta\Delta t)\omega^4 - 2\alpha\omega^2 \\ &= \Delta t^2\omega^4 + (1 - 2\beta\Delta t)\omega^2 - 2\alpha \end{aligned} \quad (25)$$

と置くと、

$$f'(\omega) = 4\Delta t^2\omega^3 + 2(1 - 2\beta\Delta t)\omega \quad (26)$$

式 (26) より、 $f'(\omega) = 0$ となるのは、

$$\omega = 0, \pm \sqrt{\frac{-2(1 - 2\beta\Delta t)}{4\Delta t^2}} \quad (27)$$

式 (27) より、極値での $f(\omega)$ を求めると次のようになる。

$$f(0) = -2\alpha \quad (28)$$

$$f\left(\pm \sqrt{\frac{-2(1 - 2\beta\Delta t)}{4\Delta t^2}}\right) = \frac{-(1 - 2\beta\Delta t)^2}{4\Delta t^2} - 2\alpha \quad (29)$$

式 (28)(29) より、 $\alpha > 0, \beta > 0, \Delta t > 0$ において

$$f(0) < 0 \quad (30)$$

$$f\left(\pm \sqrt{\frac{-2(1 - 2\beta\Delta t)}{4\Delta t^2}}\right) < 0 \quad (31)$$

となり、すべての ω について式 (24) を満たさないの、このモデルには安定条件は存在しない。

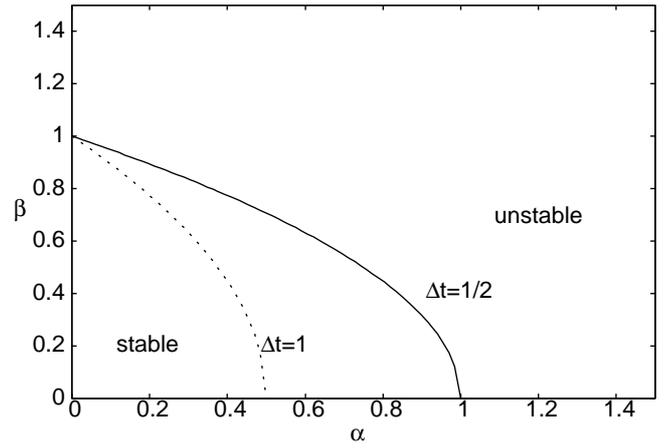


Fig. 3 Stability region of Rockwell model parameter ($\Delta t = 1/2, 1$)

2.4. Rockwell モデルの場合

Rockwell モデル⁽⁴⁾は、前方車両との速度差と前方車両の加速度によって自車両の加速度を決定するモデルである。

Rockwell モデル⁽⁴⁾によれば、先頭から n 番目の車両の運動は次式で与えられる。

$$\ddot{x}_n(t + \Delta t) = \alpha \{\dot{x}_{n-1}(t) - \dot{x}_n(t)\} + \beta \ddot{x}_{n-1}(t) \quad (32)$$

ここで、 α は直前方車両との速度差に対する感度で、 β は直前方車両の加速度に対する感度である。

式 (2)(4)(6) を式 (32) へ代入して整理すると次式を得る。

$$-\omega^2 A_n(1 + j\omega\Delta t) = \alpha j\omega(A_{n-1} - A_n) - \beta\omega^2 A_{n-1} \quad (33)$$

式 (33) を変形すると次式を得る。

$$G(\omega) = \frac{A_n}{A_{n-1}} = \frac{-\beta\omega + \alpha j}{-\omega + j(\alpha - \omega^2\Delta t)} \quad (34)$$

式 (34) より $|G(\omega)|^2$ を求めると次式を得る。

$$|G(\omega)|^2 = \frac{\alpha^2 + \beta^2\omega^2}{\omega^2 + (\alpha - \omega^2\Delta t)^2} \quad (35)$$

$|G(\omega)|^2 \leq 1$ となるためには、

$$0 \leq \omega^2(\Delta t^2\omega^2 + (1 - 2\alpha\Delta t - \beta^2)) \quad (36)$$

ここで、 $\omega^2 \neq 0$ より、

$$f(\omega) \equiv \Delta t^2\omega^2 + (1 - 2\alpha\Delta t - \beta^2) \quad (37)$$

ここで、 $f(\omega) \geq 0$ となれば良い。つまり判別式 $D < 0$ となれば良いので、

$$D = -4\Delta t^2(1 - 2\alpha\Delta t - \beta^2) \quad (38)$$

したがって、式 (36) を満たすには

$$2\alpha\Delta t + \beta^2 \leq 1 \quad (39)$$

である。この時の α, β が安定条件を満たす領域を示すと、図 3 のようになる。この図で横軸は直前方車両との速度差に

Table 1 Stability conditions

Model	Stability condition
Chandler model	$\alpha \leq \frac{1}{2\Delta t}$
Linear Newell model	$\alpha \leq \frac{1}{2\Delta t}$
Rockwell model	$2\alpha\Delta t + \beta^2 \leq 1$

Table 2 Parameters

Number of vehicles	10
Initial vehicle head distance	70 (m)
Delay time	$\Delta t = 1$
1 time-step	0.1 (s)
Initial velocity	22.22 (m/s)(=80(km/h))

対する感度 α , 縦軸は直前方車両の加速度に対する感度 β に対する感度である . この図より , 遅れ時間 Δt が小さいほど安定領域が拡大していることがわかる . また , パラメータ α のほうが , β よりも遅れ時間に敏感であることがわかる .

3. 交通流シミュレーション

前節までの安定性解析の結果から , 安定条件を表 1 にまとめて示す . ここでは , 表 1 の結果を用いて交通流シミュレーションを行い , 各モデルの外乱に対する頑健さを比較する .

シミュレーション条件を表 2 に示す . また , 先頭車両の速度 \dot{x}_0 を次式で与える .

$$\dot{x}_0(t) = \begin{cases} 22.22 & (0 \leq t < 5) \\ \dot{x}_0(t-1) - 7.5 & (5 \leq t < 7) \\ \dot{x}_0(t-1) & (7 \leq t < 8) \\ \dot{x}_0(t-1) + 7.5 & (8 \leq t < 10) \\ 22.22 & (10 \leq t) \end{cases} \quad (40)$$

先頭車両は速度 22.22(m/s) で走行しており , 時間 $5 \leq t < 10$ に加減速する .

3.1. Chandler モデルの場合

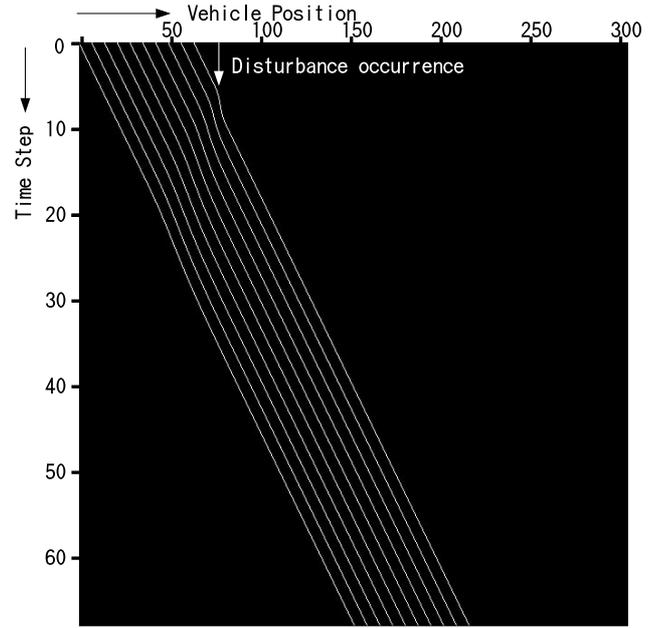
遅れ時間を $\Delta t = 1$ とすると , 式 (11) よりパラメータ α の最大値は $\alpha = 0.5$ となる . $\alpha = 0.5$ の時の Chandler モデルのシミュレーション結果を図 4 に示す .

図 4(a) は , 横軸に空間 , 縦軸に時間をとり , すべての車両の道路上での遷移を示したものである . 以後 , これを車両遷移図と呼ぶ . 図 4(a) より , 車列は衝突せずに走行していることが確認できる .

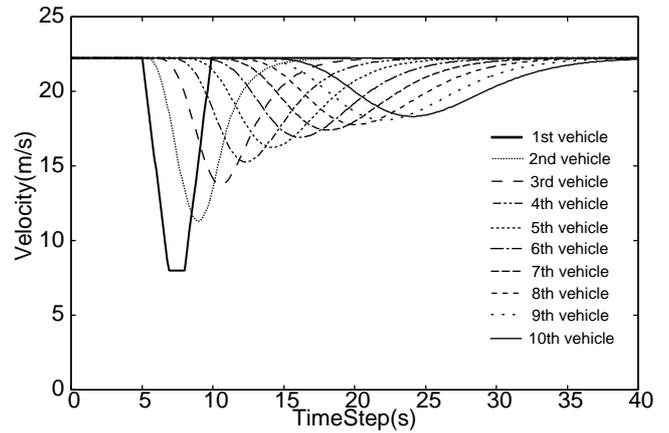
図 4(b) は横軸に時間 , 縦軸に各車両の速度変化を表したグラフである . 最大速度変動の大きいものが車列前方を走行しており , 車列後方を走行している車両ほど速度変動が小さくなることを示している .

3.2. 線形 Newell モデルの場合

遅れ時間を $\Delta t = 1$ とすると , 式 (19) よりパラメータ α の最大値は $\alpha = 0.5$ となる . $\alpha = 0.5$ の時の線形 Newell モデルを用いたシミュレーション結果を図 5 に示す .



(a) Vehicle position



(b) Velocity fluctuation

Fig. 4 Chandler model ($\alpha = 0.5$)

図 5(a) に示された車両遷移図を見ると , Chandler モデルに比べてかなり車間距離が詰まっていることがわかる .

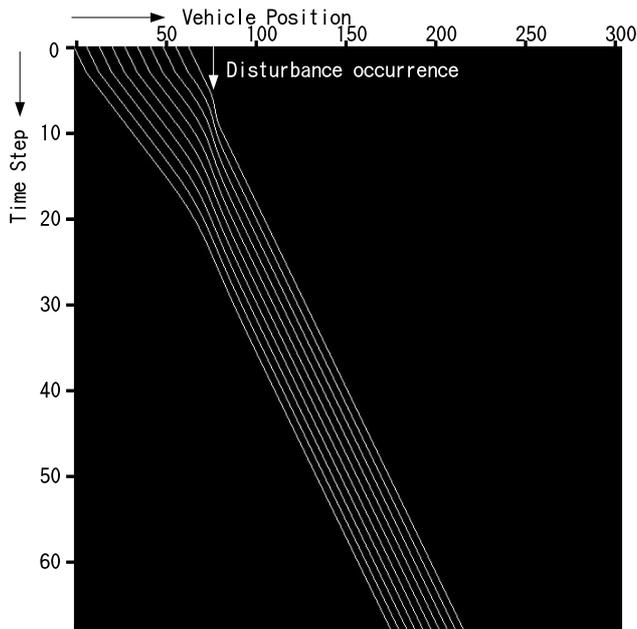
図 5(b) から , 後続車両は速度を大幅に上昇させて車間距離を縮めようとしている事が考えられる .

3.3. Rockwell モデルの場合

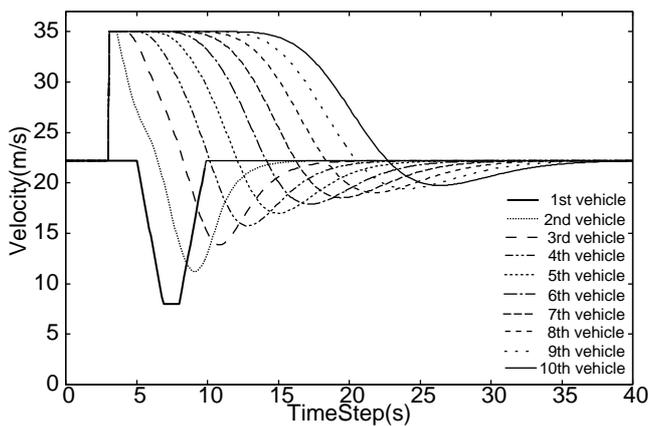
遅れ時間を $\Delta t = 1$ とし , 式 39 より $\alpha = 0.25, \beta^2 = 0.5$ とする . この場合の Rockwell モデルによるシミュレーション結果を図 6 に示す .

図 6(a) に示された車両遷移図を見ると , 線形 Newell モデルよりも Chandler モデルに類似した走行パターンを示していることがわかる .

図 6(b) より , 外乱による速度変化は後続車両に向かうにつれて収束していることがわかる . 図 4(b) の Chandler モデルと比較すると , Rockwell モデルの方が , 収束時間が短いこ

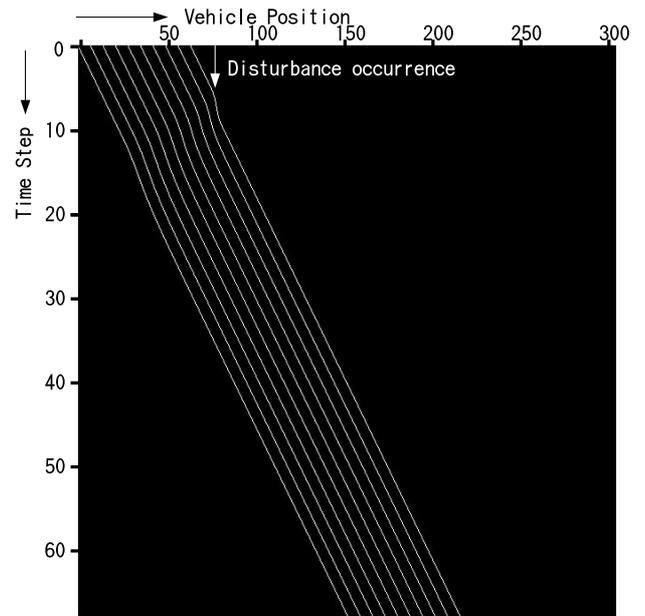


(a) Vehicle position

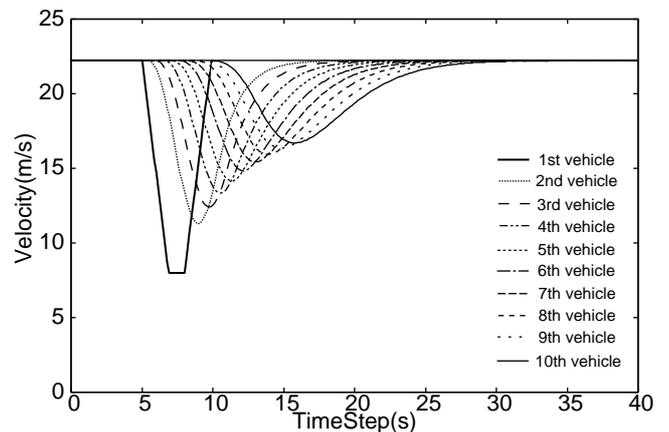


(b) Velocity fluctuation

Fig. 5 Linear Newell model ($\alpha = 0.5$)



(a) Vehicle position



(b) Velocity fluctuation

Fig. 6 Rockwell model ($\alpha = 0.25, \beta^2 = 0.5$)

とがわかる．しかし，外乱による速度変化の振幅は Chandler モデルと比べて大きい．

4. まとめ

本研究では，従来提案された車両追従モデルのうち，Chandler モデル，線形 Newell モデル，Bierley モデル，Rockwell モデルを取り上げた．モデルの安定性解析を行い，モデルパラメータの安定領域を定めた．この結果より，Chandler モデルと線形 Newell モデルがほぼ同様の安定領域を有すること，Bierley モデルでは安定領域を持たない可能性があることがわかった．また，遅れ時間を短くすると安定領域が拡大することが確かめられた．さらに，Rockwell モデルは前方車両との速度差と前方車両の加速度に応じて自車両の加速度を決定するが，遅れ時間の影響は速度差により大きく影響することがわかった．

続いて，各モデルによる交通流シミュレーションを行った．先頭車両が突然加減速を行うことによる後方車両の速度変化を比較した．その結果，先頭車両の速度変化による後方車両の速度変化幅が最も大きかったのは線形 Newell モデルであり，最も小さかったのは Rockwell モデルであった．また，速度変化が収束するのが最も遅かったのは，Chandler モデルと線形 Newell モデルであり，収束時間が最も短かったのは，Rockwell モデルであった．

ここで，実際に速度制御に利用する場合について 4 つのモデルを比較してみたい．まず，パラメータの安定領域がないことから Bierley モデルは好ましくないと想像される．Chandler モデルと線形 Newell モデルは同様な収束域を持つので，その点では同等であるが，速度変化図を見ると線形 Newell モデルのほうが速度変動が激しく，Chandler モデルのほうが安定的といえる．Rockwell モデルは，これらのモデ

ルの中で最も速度回復が早いので有効と思われる。しかし、前方車両から速度と加速度の2つの情報を入手する必要があることから、実用上は車車間通信のシステム設計が難しくなるかもしれない。Chandler モデルも同様な難しさを有するが、2つの情報を必要とする Rockwell モデルは Chandler モデルよりも困難さが大きいといえる。

本研究ではすべての車両が同じ性能であることを仮定して感度を同じものを用いたが、今後は車の特性から感度が変化することを考慮したシミュレーションを行う必要がある。また、感度と遅れ時間は、わずかにずれると、速度変化はなめらかにならない場合もあるので、車間距離や遅れ時間に応じて、最適な感度を決定できるような関数を組み込みたいと考えている。

謝辞

本研究の一部は、日本学術振興会科学研究費（基盤研究(C) No. 24560157）の助成を受けたものである。

参考文献

- (1) R. E. Chandler, R. Herman, and E. W. Montroll. Traffic dynamics ; studies in car-following. *Operations Research*, Vol. 6, No. 2, pp. 165–184, 1958.
- (2) G. F. Newell. Nonlinear effects in the dynamics of car following. *Operations Research*, Vol. 9, No. 2, pp. 209–229, 1961.
- (3) R. L. Bierley. Investigation of an intervehicle spacing display. *Highway Research Record*, No. 25, pp. 58–75, 1963.
- (4) T. H. Rockwell and J. Treiterer. Sensing and communication between vehicles. *National Cooperative Highway Research Program Report*, Vol. 51, , 1968.