

# 温度応力を受ける分岐器介在ロングレールの動的応答特性

## DYNAMIC RESPONSE ANALYSIS OF CONTINUOUS WELDED RAILS HAVING A RAILROAD SWITCH SUBJECTED TO A THERMAL STRESS

阿久津 友宏<sup>1)</sup>, 阿部 和久<sup>2)</sup>, 石川 大地<sup>3)</sup>, 紅露 一寛<sup>4)</sup>

Tomohiro AKUTSU, Kazuhisa ABE, Daichi ISHIKAWA and Kazuhiro KORO

- 1) 新潟大学大学院自然科学研究科 (〒 950-2181 新潟市西区五十嵐二の町 8050)  
 2) 新潟大学工学部建設学科 (〒 950-2181 新潟市西区五十嵐二の町 8050, E-mail:abe@eng.niigata-u.ac.jp)  
 3) 川田テクノシステム(株) (〒 114-0023 東京都北区滝野川 6-3-1)  
 4) 新潟大学大学院自然科学研究科 (〒 950-2181 新潟市西区五十嵐二の町 8050, E-mail:kouro@eng.niigata-u.ac.jp)

Dynamic response of a railway track consisting of a railroad switch and continuous welded rails is analyzed with varying temperature stress. The tangential rails connected to the railroad switch are modeled by semi-infinite rails supported by sleepers with constant spacing. In the analyses these sub-structures are replaced with impedance matrices. The impedance matrix of rail subjected to an axial load is derived by eigenvalue problem of a transfer matrix of a unit cell defined by the periodicity. The infinite railway track is then represented by attaching the transmitting boundaries to a finite track region including the switch. Through numerical analyses, the relation between the rail temperature and the resonant frequency is obtained, and the capability of the rail stress measuring method utilizing this relation is discussed.

**Key Words** : Continuous Welded Rails, Railroad Switch, Thermal Stress, Vibration Analysis

### 1. はじめに

鉄道軌道において、レールの軸力管理は軌道座屈やレール破断を防ぐ上で非常に重要である。レール軸力は主に温度変化により発生するが、レールの軌道方向変位(ふく進)によっても変動する。そのため、単に温度管理だけでは軸力を把握することができず、別の方法により測定する必要がある。これまで本研究室では、軌道の共振周波数が軸力に依存することを利用した軸力測定法(振動軸力測定法)の可能性について検討してきた<sup>(1)-(4)</sup>。文献<sup>(1),(2),(4)</sup>では直線軌道を対象とし、軸力測定に適したモードや、軌道物性値やまくらぎ間隔のバラツキが測定精度に及ぼす影響などについて検討した。また、文献<sup>(3)</sup>では曲線軌道を対象に本測定法の適用可能性について検討し、通常の曲線半径の範囲であれば直線軌道と同様に測定し得ることを示した。

なお、鉄道軌道において列車の進路を振り分ける分岐部は不可欠である。分岐部の前後では、例えば、一方から1本、他方から2本のレールが分岐器を介して接合されることとなる。このような場合、2本分のレール軸力を1本側のレールが負担することとなり、通常の直線区間に比べ軸力が高くな

るため、とりわけ座屈や破断の危険性が増す。したがって、分岐器介在ロングレールの軸力管理は軌道保守上極めて重要である。

そこで、本論文では分岐器介在ロングレールを対象に、振動軸力測定法による軸力推定の可能性を検討する。なお、文献<sup>(1)-(4)</sup>では、軌道を周期構造として捉え、その下での振動特性に着目した検討を行った。一方、分岐器介在レールの場合、分岐器が存在するため、周期場の様に共振モードとレール軸力との関係を分散解析より求めることが不可能である。そのため、本研究では、実際の測定法を想定した調和加振応答解析を実施し、その結果より共振周波数と軸力との関係を抽出する。その際に、分岐器前後の直線ロングレールは、それと等価なインピーダンス行列で与え、分岐器を有する無限長軌道(無減衰)を対象に解析を行う。

以下では、まず分岐器介在レールの概要について述べる。続いて軌道のモデル化について説明する。なお、軌道を対象としたインピーダンス行列の導出は文献<sup>(5),(6)</sup>で既に示したが、軸力作用下での導出については別途定式化を行う必要がある。そのため、以下では当該行列の導出についても述べる。最後に、解析例を通し分岐器近傍を対象とした振動軸力

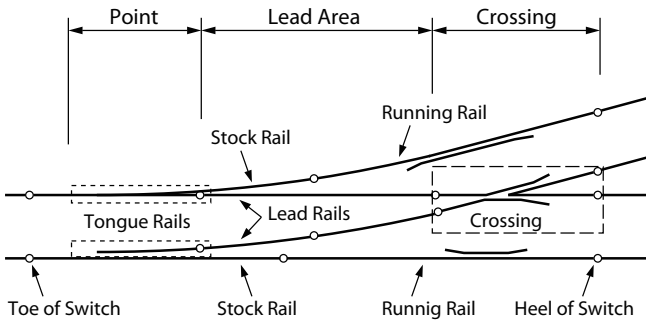


Fig. 1 A left-hand railroad switch<sup>(7)</sup>

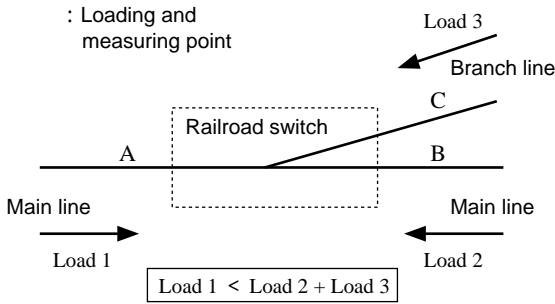


Fig. 2 A railroad switch subjected to axial loads<sup>(8)</sup>

測定法の適用可能性について検討する．また，実際の軌道系には様々な減衰が存在する．減衰の存在により共振周波数が変動する恐れがあるため，ここでは減衰を導入した数値モデルによる解析も実施し，その影響について確認する．

## 2. 分岐器介在レールの振動解析法

### 2.1. 分岐器の構造

分岐器とは1つのレールを2つに分ける軌道構造のことを指す．今回の解析で対象とする片開き分岐器の構造を Fig.1<sup>(7)</sup> に示す．分岐器介在レールにおいては Fig.2 に示すように，いずれのレールにも温度上昇により軸力が発生し，分岐器を介して1本のレールと2本のレールとが互いに押し合う．そのため，1本の側のレールは相対的に大きな圧縮を受けることとなり，分岐器付近では通常の温度上昇により発生する圧縮軸力より大きな軸力が作用し，座屈の危険性が高くなる<sup>(8)</sup>．

### 2.2. 軸力が作用する Timoshenko ばりの運動方程式

本研究では，軌道を水平加振する問題を対象とする．Fig.2 の分岐部の軌道を Fig.3 の様にモデル化する．水平たわみ振動において，レールとまくらぎは一体化しているものとし，道床横抵抗力および道床縦抵抗力を線形バネとして与える．構造および軸力分布が一定ではない非周期区間を取り出してモデル化する．そして，その非周期区間の両端に一定軸力作用の下，まくらぎで周期的に支持されている半無限長の直線軌道が接続しているものとする．レールは水平たわみとせん断変形を考慮した Timoshenko ばりでモデル化し，軸力を受けるレールについての運動方程式をばり要素による有限要素

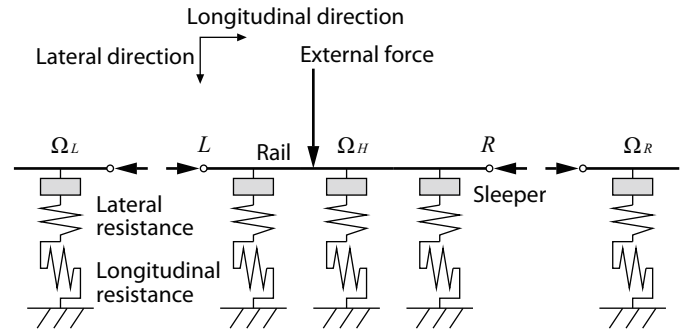


Fig. 3 Infinite track subjected to loads

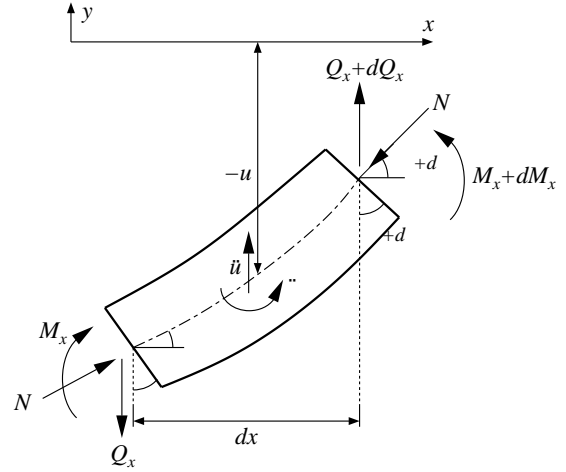


Fig. 4 Beam element and acting forces

方程式から導出する．

Fig.4 に示すような軸力  $N$  (圧縮を正) の下で円振動数  $\omega$  で水平面内に振動している長さ  $l$  のはりを考える．仮想仕事式より次式を得る．

$$\int_0^l \left\{ EA \frac{du}{dx} - N \right\} \frac{d\delta u}{dx} - N \frac{dv}{dx} \frac{d\delta v}{dx} + EI \frac{d\psi}{dx} \frac{d\delta\psi}{dx} + GAK \left( \psi - \frac{dv}{dx} \right) \left( \delta\psi - \frac{d\delta v}{dx} \right) \right\} dx \quad (1)$$

$$= \int_0^l \rho\omega^2 (Av\delta v + Au\delta u + I\psi\delta\psi) dx + [Q\delta v + N\delta u + M\delta\psi]_0^l$$

ここで， $u$  は軸方向変位， $v$  は水平方向変位， $\psi$  は断面回転角， $\delta(\cdot)$  は仮想変位である．また， $Q$  はせん断力， $M$  は曲げモーメント， $G$  はレールのせん断弾性係数， $K$  はせん断係数， $A$  は断面積， $\rho$  は密度， $E$  はヤング係数， $I$  は断面二次モーメントである．

この式において， $v$  を 3 次 Hermite 補間， $\psi$  を 2 次 Lagrange 補間により与える Nickel & Secor<sup>(9)</sup> の TIM7 要素で離散化すると，Fig.3 の有限領域  $\Omega_H$  に対して次式を得る．

$$\begin{bmatrix} \hat{K}_{LL} & \hat{K}_{LH} & \hat{K}_{LR} \\ \hat{K}_{HL} & \hat{K}_{HH} & \hat{K}_{HR} \\ \hat{K}_{RL} & \hat{K}_{RH} & \hat{K}_{RR} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_L \\ \mathbf{u}_H \\ \mathbf{u}_R \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{f}_L \\ \mathbf{f}_H \\ \mathbf{f}_R \end{Bmatrix} \quad (2)$$

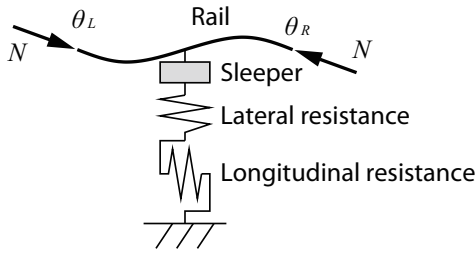


Fig. 5 Track model of a unit

ここで、 $\hat{K} = [K - N(B + C) - \omega^2 M]$  であり、 $[K]$  は道床抵抗力を表現するバネを反映した剛性行列、 $[C]$  は式 (1) の軸力に関する項を離散化して得られる行列、 $[M]$  はまくらぎ質量を考慮した質量行列、 $\{u\}$  は節点変位ベクトル、 $N[B]\{u\}$  は分岐部  $\Omega_H$  の端部軸力のたわみ方向成分、 $\{f\}$  は軸力のたわみ方向成分以外の節点力である。 $(\cdot)_L, (\cdot)_R$  は  $\Omega_H$  端部の節点値、 $(\cdot)_H$  は  $\Omega_H$  内部節点に関する値である。なお、分岐部端点は Fig.2 の様に A, B, C の 3 点で与えられるが、ここでは簡単のため  $(\cdot)_L, (\cdot)_R$  の 2 点で定式化している。

Fig.3 の左半無限軌道系  $\Omega_L$  右端のインピーダンス行列  $[\check{K}_L]$  と、右半無限系  $\Omega_R$  左端のインピーダンス行列  $[\check{K}_R]$  とを次式を満たすものとして導入する。

$$[\check{K}_L]\{u_L\} = \{f_{LL}\}, \quad [\check{K}_R]\{u_R\} = \{f_{RR}\} \quad (3)$$

ここで  $\{f_{LL}\}, \{f_{RR}\}$  は左・右半無限系端部の内部節点力である。

$\Omega_L$  と  $\Omega_H$ ,  $\Omega_R$  と  $\Omega_H$  との結合部で次の力のつり合いが成り立つ。

$$\{f_L\} + \{f_{LL}\} = 0, \quad \{f_R\} + \{f_{RR}\} = 0 \quad (4)$$

式 (3), (4) を (2) に代入して次の求解方程式を得る。

$$\begin{bmatrix} \hat{K}_{LL} + \check{K}_L & \hat{K}_{LH} & \hat{K}_{LR} \\ \hat{K}_{HL} & \hat{K}_{HH} & \hat{K}_{HR} \\ \hat{K}_{RL} & \hat{K}_{RH} & \hat{K}_{RR} + \check{K}_R \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_L \\ u_H \\ u_R \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ f_H \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (5)$$

この式を解くことで、無限系の動的応答を得ることができる。

### 3. 軸力が作用する軌道のインピーダンス行列の導出

前節に述べた、軸力を受ける軌道に対するインピーダンス行列を導出する。Fig.5 に示す直線軌道モデル 1 ユニットにおいて、軸力  $N$  以外に作用外力のない振動問題を考える。1 ユニット当たりの運動方程式は次式のように表わされる。

$$[\tilde{K} - N(\tilde{B} + \tilde{C}) - \omega^2 \tilde{M}]\{\tilde{u}\} = \{0\} \quad (6)$$

ここで、各行列は 2.2 に定義したものを 1 ユニットに適用したものである。

式 (6) より、次の固有値問題を得る。

$$[\tilde{K} - N(\tilde{B} + \tilde{C})]\{\phi_i\} = \omega_i^2 [\tilde{M}]\{\phi_i\} \quad (7)$$

ここで、 $\omega_i$  は固有円振動数、 $\phi_i$  は固有モードである。

式 (7) の固有モードの一次結合で任意の振動解を表わすと次式を得る。

$$\{\tilde{u}\} = \sum_i^n \alpha_i \phi_i \quad (8)$$

ここで、 $\alpha_i$  は結合係数、 $n$  は 1 ユニット当たりの自由度である。外力  $\{\tilde{f}\}$  作用下の運動方程式に式 (7), (8) を代入して次式を得る。

$$\sum_i^n \alpha_i (\omega_i^2 - \omega^2) [\tilde{M}]\{\phi_i\} = \{\tilde{f}\} \quad (9)$$

式 (8), (9) は次のように表わすことができる。

$$\{\tilde{u}\} = [\Phi]\{\alpha\}, \quad \{\tilde{f}\} = [\Phi']\{\alpha\}, \quad (10)$$

$$[\Phi] = [\phi_1 \ \phi_2 \ \dots \ \phi_n], \quad [\Phi'] = [M][(\omega_1^2 - \omega^2)\phi_1 \ \dots \ (\omega_n^2 - \omega^2)\phi_n]$$

式 (10) より、 $\{\alpha\}$  を消去し次式を得る。

$$\{\tilde{u}\} = [\Phi][\Phi']^{-1}\{\tilde{f}\} \quad (11)$$

両端の内部節点力以外に力が作用していないものとし、Timoshenko ばりではたわみ角に対応する節点力成分が存在しないことを考慮すると、両端の変位と断面力に対して、式 (11) より次の関係式を得る。

$$\begin{Bmatrix} u_L \\ \psi_L \\ u_R \\ \psi_R \end{Bmatrix} = [H] \begin{Bmatrix} Q_L \\ M_L \\ Q_R \\ M_R \end{Bmatrix} \quad (12)$$

ここで、 $[H]$  は  $[\Phi][\Phi']^{-1}$  を両端節点成分に関して縮約して得られる行列である。ここで、 $\{u_i\} = \begin{Bmatrix} u_i \\ \psi_i \end{Bmatrix}$ ,  $\{F_i\} = \begin{Bmatrix} Q_i \\ M_i \end{Bmatrix}$  とすると式 (12) は次式のように書ける。

$$\begin{Bmatrix} u_L \\ u_R \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{LL} & H_{LR} \\ H_{RL} & H_{RR} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F_L \\ F_R \end{Bmatrix} \quad (13)$$

式 (13) を変形して左端の節点値から右端のそれを与える伝達マトリックス  $[G]$  を得る。

$$[G] \begin{Bmatrix} u_L \\ F_L \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u_R \\ -F_R \end{Bmatrix}, \quad (14)$$

$$[G] = \begin{bmatrix} H_{RR}H_{LR}^{-1} & -H_{RR}H_{LR}^{-1}H_{LL} + H_{RL} \\ -H_{LR}^{-1} & H_{LR}^{-1}H_{LL} \end{bmatrix}$$

ここで、右隣のユニットセル左端の節点ベクトルを  $u_L^R, F_L^R$  と表すと、変位の適合条件と力のつり合い条件から次式が成り立つ。

$$u_L^R = u_R, \quad F_L^R = -F_R \quad (15)$$

式 (14), (15) より次式を得る。

$$[G] \begin{Bmatrix} u_L \\ F_L \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u_L^R \\ F_L^R \end{Bmatrix} \quad (16)$$

このユニットセルにより与えられる無限周期系を考える。式 (16) において定常条件  $u_L^R = e^{-i\kappa L} u_L, F_L^R = e^{-i\kappa L} F_L$  を課すと次の固有値問題を得る。

$$[G] \begin{Bmatrix} u_L \\ F_L \end{Bmatrix} = \lambda \begin{Bmatrix} u_L \\ F_L \end{Bmatrix}, \quad \lambda = e^{-i\kappa L} \quad (17)$$

Table 1 Parameters of railway track

Mass density(kg/m <sup>3</sup> )	$\rho = 7880$
Cross-sectional area(m <sup>2</sup> )	$A = 64.05 \times 10^{-4}$
Young's modulus(GPa)	$E = 206$
Poisson's ratio	$\nu = 0.33$
Geometrical moment of inertia (m <sup>4</sup> )	$I = 322 \times 10^{-8}$
Shear factor	$K = 1.382$
Coefficient of linear thermal expansion (/ )	$\alpha = 1.2 \times 10^{-5}$
Longitudinal spring constant(N/m)	$k_u = 550 \times 10^6$
Lateral spring constant(N/m)	$k_v = 6 \times 10^6$

式 (17) の固有値と固有ベクトルは、右へ進行するモードと、左へ進行するモードに2分することができる。右方向進行モードを  $\{\mathbf{u}_{Ri}, \mathbf{F}_{Ri}\} (i = 1, 2)$ 、左方向進行モードを  $\{\mathbf{u}_{Li}, \mathbf{F}_{Li}\} (i = 3, 4)$  とすると、右半無限系左端のインピーダンス行列  $[\tilde{\mathbf{K}}_R]$  と左半無限系右端のインピーダンス行列  $[\tilde{\mathbf{K}}_L]$  が次式により与えられる。

$$\begin{aligned} [\tilde{\mathbf{K}}_R] &= [\mathbf{F}_{R1} \ \mathbf{F}_{R2}][\mathbf{u}_{R1} \ \mathbf{u}_{R2}]^{-1}, \\ [\tilde{\mathbf{K}}_L] &= -[\mathbf{F}_{L3} \ \mathbf{F}_{L4}][\mathbf{u}_{L3} \ \mathbf{u}_{L4}]^{-1} \end{aligned} \quad (18)$$

#### 4. 無限長分岐器介在レールの加振応答解析

##### 4.1. 解析対象

分岐番数は在来線区間において一般的に用いられている12番に設定した。その番数に対応するクロッシング部の基準線と分岐線との交角(分岐角)は  $\theta = 4^\circ 46'$  となる。分岐器前後の軸力変動区間を離散化し、その端部に一定軸力下のインピーダンス行列を接合する。具体的には4.2に示す軸力分布解析に基づき、基準線は78.55mを、分岐線は34.99mを軸力が変動する非周期区間として設定し、それぞれの端点に半無限長の直線軌道を表現するインピーダンス行列を接続した。レールは50kgNレールを想定し、まくらぎ1区間を12要素で一様分割して与える。通常区間においては、レール1本当りの質量100kgのPCまくらぎを0.6mの一定間隔で設置する。分岐区間においてはレール1本当りの質量13~27kgの合成まくらぎを設置基準に合わせた間隔で適宜設置する。道床縦・横抵抗力を表わすバネ定数  $k_u, k_v$  を含む各種物性値をTable 1に示す。

##### 4.2. 軸力の設定

分岐器付近ではその構造ゆえ軸力の分布が変動する。そのため、予め静的解析を行いそれぞれのレール箇所に作用する軸力を求めておく。その際、まくらぎの道床縦抵抗力を線形モデルによって以下のように表す。

$$F_u = k_u u \quad (19)$$

一方、道床横抵抗力は非線形モデルによって以下のように表す。

$$F_v = f_0 \frac{v}{|v| + a} \quad (20)$$

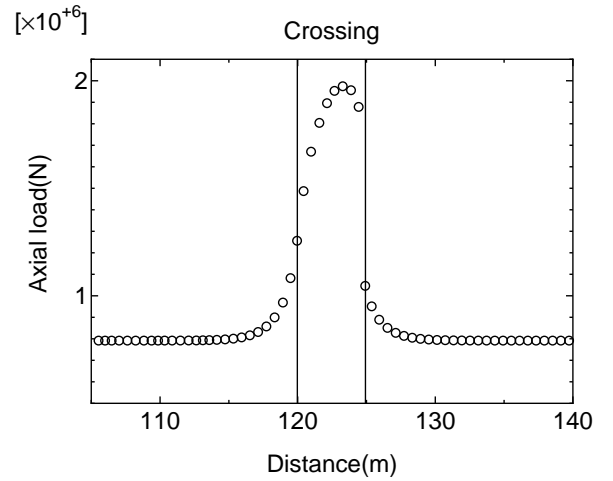


Fig. 6 Distribution of axial load

ただし、 $f_0$  および  $a$  は道床横抵抗力に関する定数であり、それぞれ  $f_0 = 5768(\text{N})$ 、 $a = 3 \times 10^{-4}(\text{m})$  とした<sup>(10)</sup>。この条件下、温度上昇に伴って生じる温度ひずみおよび変形により生じる軸方向ひずみから、各要素に生じている軸力を次式により評価する。

$$N = EA(\alpha t - \varepsilon) \quad (21)$$

ただし、 $\alpha$  はレールの線膨脹係数、 $t$  はレールの相対温度増分、 $\varepsilon$  はレールの直ひずみである。例として、Fig.6にレール相対温度50における分岐部付近の基準線における軸力分布を示す。

##### 4.3. 分岐部の軸力-共振周波数関係

上で求めたレール要素毎の軸力を導入し、各相対温度における共振周波数と軸力との関係を求める。分岐区間と通常区間との境界から通常区間側に3m離れた箇所において水平調和加振を行い、A.分岐器前側の基準線、B.分岐器後側の基準線、C.分岐線の3つのケース(Fig.2)について検討する。なお、応答振幅の測定は加振する位置と同じ箇所で行うものとする。分岐線における周波数と応答振幅との関係をFig.7に示す。レール相対温度の上昇に伴い、共振点が低周波数側に移行していることが確認できる。こうして求めた各レール相対温度における共振周波数から、軸力と共振周波数との関係を求めた。分岐線側における解析結果をFig.8に示す。なお、分岐器前後の基準線についてもほぼ同様の関係が得られた。490Hz以下では、同じ共振周波数において、直線レールよりも分岐器介在レールのほうが軸力が大きくなっていることが確認できる。なお、直線レールの場合、共振周波数と軸力との関係はほぼ完全な線形性を有しているのに対し、分岐器介在レールの場合、わずかに上に凸の関係となっている。

次に、Fig.9にレール相対温度と周波数との関係を示す。分岐器介在レール、直線レールにかかわらずほぼ一致した関係を示していることが確認できる。Fig.8およびFig.9から分かるように、同じ共振周波数において分岐器介在レールと直線レールの軸力は互いに異なるにもかかわらず、相対温度はほぼ一致している。このことから、分岐器近傍の局所的な軸力

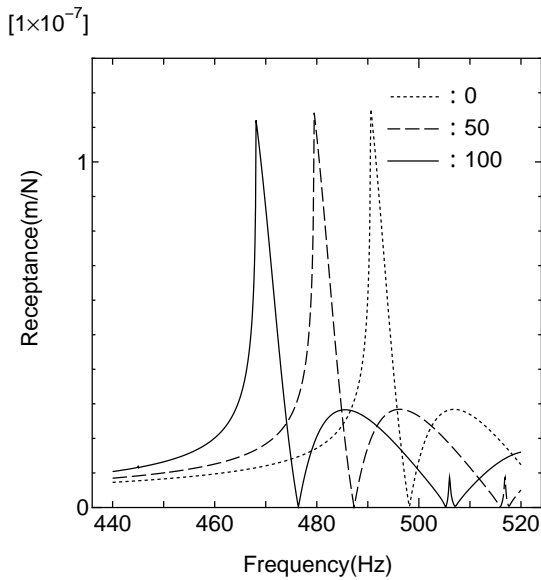


Fig. 7 Receptance at the loading point

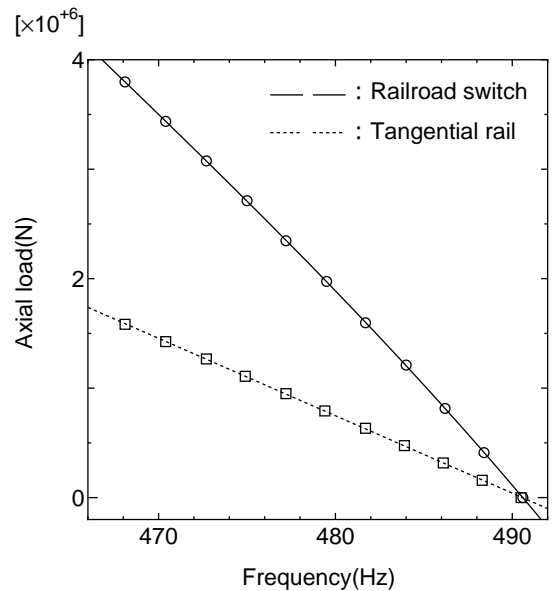


Fig. 8 Relation between frequency and axial load

変動は動的応答特性に対してほとんど影響しておらず、直線部分の共振特性が支配的であると考えられる。したがって、Fig.6 に示した様な分岐部に沿った局所的な軸力変化の様子を動的応答特性から詳細に求めることは容易でないと考えられる。

ただし、分岐部前後の軸力が一定となる直線部分の軸力は共振周波数から求めることができているので、Fig.8 の様な分岐部の軸力と直線部分の軸力との関係を予め得ておけば、分岐部の軸力は間接的に概ね予測し得ると考えられる。

### 5. 減衰を伴う分岐器介在レールの加振応答解析

実際の軌道には様々な減衰が存在しており、その減衰が共振周波数を変動させる恐れがある。そのため、減衰を含む場合と含まない場合との結果を比較し、減衰が共振周波数に及ぼす影響について確認する。

#### 5.1. 解析対象および解析条件

減衰導入の下、有限長軌道によりモデル化し、打ち切り端からの反射波が無視し得る程度に軌道を十分長くとする。具体的には、基準線は 250m を、分岐線は 125m をモデル化する。また道床縦抵抗パネおよび道床横抵抗パネをそれぞれ、次式のように複素剛性  $k'_u$ ,  $k'_v$  として与えることで、減衰効果を導入する。

$$k'_u = k_u(1 + iwg), \quad k'_v = k_v(1 + iwg) \quad (22)$$

ここで、 $g$  は減衰定数であり、通常の軌道で用いられるパッドの減衰<sup>(11)</sup>を参考に、 $g = 0.05$  と設定した。

#### 5.2. 解析結果

分岐線における周波数と応答振幅との関係を Fig.10 に示す。無限長軌道における共振周波数(図中垂直線)と比較すると、ほぼ一致する結果が得られている。すなわち、減衰を導入することによる共振周波数への影響は無視できる程度のものであることがわかる。以上より、無減衰、無限長分岐器介

在レールを対象に得た前節の結果は、減衰を有する系においても適用し得ることが確認できた。

### 6. おわりに

本研究では、温度応力を受ける分岐器介在ロングレールを対象に、共振周波数から分岐部の軸力を換算して求める手法について検討した。

加振応答解析の結果、分岐部の局所的な軸力と共振周波数との間に、直線レールのそれと一致した関係を見出すことはできなかった。このことから、共振周波数から分岐部の軸力分布を詳細に求めることは容易ではないと考えられる。しかし、分岐器前後の軸力分布が一定となる直線部分の軸力は、分岐部の局所的な軸力の変動の影響を受けることなく、共振周波数から換算して求めることができる。そのため、分岐部の軸力と直線部分の軸力との関係を予め求めておくことで、分岐部の軸力を概ね予測し得るものと考えられる。

また、減衰を考慮した有限長軌道を対象に加振応答解析を行った結果、減衰の有無による差は無視し得る程度のものであることがわかった。

### 謝辞

本研究は科研費(21560499)の助成を受けたものである。ここに記して謝意を表する。

### 参考文献

- (1) 清水紗希, 阿部和久, 相川明, 紅露一寛: 軸力を受けるレールの波動伝播解析, 計算数理工学論文集, 9, 67-72, 2009.
- (2) 清水紗希, 阿部和久, 相川明, 紅露一寛: 3次元はり要素を用いた軸力を受ける軌道系の波動伝播解析, 鉄道力学論文集, 14, 75-82, 2010.

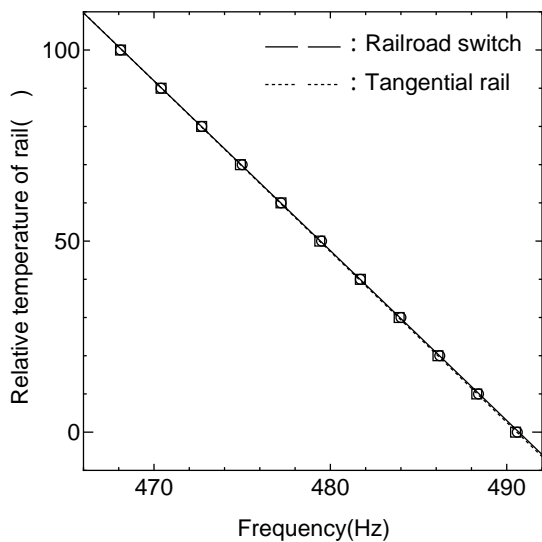


Fig.9 Relation between frequency and relative temperature of rail

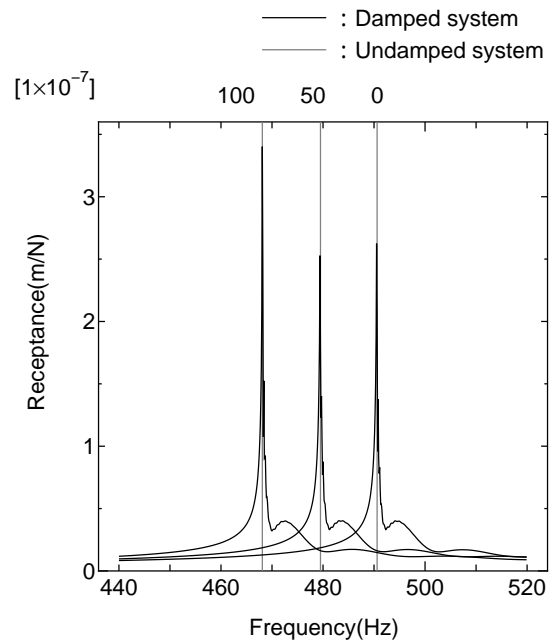


Fig. 10 Receptance at the loading point

- (3) 石川大地,阿部和久,紅露一寛: 軸力を受ける曲線レールの振動応答解析, 計算数理工学論文集, 10, 57-62, 2010.
- (4) Abe, K., Shimizu, S., Aikawa, A. and Koro, K.: Theoretical study on a measuring method of rail axial stress via vibration modes of periodic track, Proc. of WCRR, 2011.
- (5) Abe, K., Fujishita, S. and Koro, K.: Development of transmitting boundary for periodically supported rails, J. Mech. Sys. Trans. Log., JSME, 3(1), 44-52 2010.
- (6) Abe, K., Kikuchi, A. and Koro, K.: Wave propagation in an infinite track having an irregular region, Proc. of IWRN2010, 69-76, 2010.
- (7) 八十島義之助: 鉄道軌道, 技報堂, 203-232, 1967.
- (8) 柳川秀明,片岡宏夫: ロングレールの座屈安定解析を探る, Railway Research Review 2000年11月号, 18-21, 2000.
- (9) Nickel, R.E. and Secor, G.A.: Convergence of consistently derived Timoshenko beam finite elements, Int.J. Numer. Meth. Engng., 5, 243-253, 1972.
- (10) 阿部和久, 田中洋介, 西宮裕騎, 紅露一寛: レール温度座屈時の分岐過程に関する一考察, 鉄道力学論文集, 13, 7-14, 2009.
- (11) 佐成屋淳, 阿部和久, 紅露一寛: 走行車輪と軌道系の定常連成応答解析, 計算数理工学論文集, Vol.9, 61-66, 2009.