

Smoothed Profile Method を適用した Lattice Boltzmann Method による熱流動解析

NUMERICAL ANALYSIS OF THERMAL-HYDRAULICS BY LATTICE BOLTZMANN METHOD COMBINED WITH SMOOTHED PROFILE METHOD

金森 拓哉¹⁾, 瀬田 剛²⁾

Takuya KANAMORI, Takeshi SETA

- 1) 富山大学大学院理工学教育部 (〒 930-8555 富山市五福 3190, E-mail: m1171209@ems.u-toyama.ac.jp)
2) 富山大学大学院理工学研究部 (工学) (〒 930-8555 富山市五福 3190, E-mail: seta@eng.u-toyama.ac.jp)

We combine the thermal Lattice Boltzmann Method (LBM) with the Smoothed Profile Method (SPM) to calculate the heat transfer in particulate flow. The SPM uses a smoothly spreading solid-fluid interface layer for avoiding complicated interpolation. In the numerical calculation of natural convection between a hot circular cylinder and a cold square enclosure, the numerical results of streamlines, isotherms, and Nusselt numbers show good agreement with those of the previous studies. The accuracy of the heat transfer computed by the present method depends on the width of the solid-fluid interface and on the relaxation parameter. We demonstrate that this method gives reasonable results for the sedimentation of a cold particle in a vertical channel filled with hot fluid with thermal convection, and show the applicability of the method to particulate flows with heat transfer.

Key Words: Lattice Boltzmann Method, Smoothed Profile Method, Thermal-Hydraulics

1. はじめに

埋め込み境界法 (Immersed Boundary Method, IBM)⁽¹⁾ では, デカルト格子にラグランジュ点を用い境界を定義し, 移動境界問題を扱う. 格子ボルツマン法 (Lattice Boltzmann Method, LBM)⁽²⁾ では, 直交デカルト格子系で, 非圧縮性 Navier-Stokes(NS) 方程式が計算されるため, IBM が適用された Immersed Boundary-Lattice Boltzmann Method (IB-LBM) が多数提案されている⁽³⁾. しかし, IBM では, デカルト座標系とラグランジュ座標系との間で補間が必要であり, 球を含む立体表面には任意の数のラグランジュ点を等間隔では設置できない問題がある. 一方, Smoothed Profile Method (SPM)⁽⁴⁾ では, ラグランジュ座標を用いず, 界面に任意の厚さを有するオーダーパラメータを定義することにより, デカルト格子のみを用いる簡単なアルゴリズムで, 流体と構造体との連成問題を安定に計算できる. 本論文では, SPM と LBM とを組み合わせた Smoothed Profile-Lattice Boltzmann Method (SP-LBM) の熱流動解析への適用性を検討する.

2. Smoothed Profile-Lattice Boltzmann Method

2.1. Lattice Boltzmann Method

LBM により, 構造物と流体との相互作用力 \vec{F} が加えられた NS 方程式,

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla) \vec{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 \vec{u} + \vec{G} + \vec{F}, \quad (1)$$

が解析される. ここで ρ は流体の密度, \vec{u} は流速, p は圧力, \vec{G} は浮力, ν は動粘性係数である. 温度方程式,

$$\frac{\partial T}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla) T = \chi \nabla^2 T + Q, \quad (2)$$

に, ソース項 Q を加えることで流体-構造物間の熱輸送を考慮する. T は流体の温度, χ は熱拡散率である.

LBM では, デカルト格子に存在する粒子に対する速度分布関数 f_α が離散化された空間内を時間発展することで, 流体運動が求められる. 構造物と流体との相互作用力と熱輸送を考慮した場合の非圧縮性流体の流速, 密度, 温度に対す

る LBM の発展方程式は,

$$f_\alpha(\vec{x} + \vec{c}_\alpha \Delta t, t + \Delta t) = f_\alpha(\vec{x}, t) - \frac{1}{\tau_f} [f_\alpha(\vec{x}, t) - f_\alpha^{eq}(\vec{x}, t)] + \frac{\omega_\alpha \Delta t}{c_s^2} \rho (\vec{F}(\vec{x}, t) + \vec{G}(\vec{x}, t)) \cdot \vec{c}_\alpha, \quad (3)$$

$$g_\alpha(\vec{x} + \vec{c}_\alpha \Delta t, t + \Delta t) = g_\alpha(\vec{x}, t) - \frac{1}{\tau_g} [g_\alpha(\vec{x}, t) - g_\alpha^{eq}(\vec{x}, t)] + \frac{\omega_\alpha \Delta t}{c_s^2} \rho Q(\vec{x}, t), \quad (4)$$

で表せる． τ_f と τ_g は緩和時間， $f_\alpha(\vec{x}, t)$ と $g_\alpha(\vec{x}, t)$ は場所 \vec{x} ，時間 t における離散速度 \vec{c}_α に対する粒子速度分布関数を表す．離散速度は $\vec{c}_0 = (0, 0)$ ， $\vec{c}_{1,3} = (\pm c, 0)$ ， $\vec{c}_{2,4} = (0, \pm c)$ ， $\vec{c}_{5,6,7,8} = (\pm c, \pm c)$ で定義される D2Q9(2次元9速度方向) モデルを使用する． Δx と Δt は LBM の格子幅および時間刻みを表す． c_s は音速であり， $c_s^2 = \frac{c^2}{3}$ で定義される．重み係数は $\omega_0 = \frac{4}{9}$ ， $\omega_{1,2,3,4} = \frac{1}{9}$ ， $\omega_{5,6,7,8} = \frac{1}{36}$ である．SP-LBM による \vec{F} と Q の導出方法については次節で記述する．D2Q9 モデルにおいて平衡分布関数 f_α^{eq} ， g_α^{eq} は，

$$f_\alpha^{eq} = \omega_\alpha \rho \left[1 + \frac{3(\vec{c}_\alpha \cdot \vec{u})}{c^2} + \frac{9(\vec{c}_\alpha \cdot \vec{u})^2}{2c^4} - \frac{3\vec{u}^2}{2c^2} \right], \quad (5)$$

$$g_0^{eq} = -\omega_0 \frac{3\rho T}{2} \frac{\vec{u}^2}{c^2}, \quad (6)$$

$$g_{1,2,3,4}^{eq} = \omega_\alpha \rho T \left[\frac{3}{2} + \frac{3(\vec{c}_\alpha \cdot \vec{u})}{2c^2} + \frac{9(\vec{c}_\alpha \cdot \vec{u})^2}{2c^4} - \frac{3\vec{u}^2}{2c^2} \right], \quad (7)$$

$$g_{5,6,7,8}^{eq} = \omega_\alpha \rho T \left[3 + \frac{6(\vec{c}_\alpha \cdot \vec{u})}{c^2} + \frac{9(\vec{c}_\alpha \cdot \vec{u})^2}{2c^4} - \frac{3\vec{u}^2}{2c^2} \right], \quad (8)$$

で定義される．流体の密度，速度，温度は次式で求められる．

$$\rho = \sum_{\alpha=0}^8 f_\alpha, \quad \vec{u} = \frac{1}{\rho} \sum_{\alpha=0}^8 \vec{c}_\alpha f_\alpha, \quad T = \frac{1}{\rho} \sum_{\alpha=0}^8 g_\alpha. \quad (9)$$

Chapman-Enskog 展開を適用することにより，式 (3) から連続の式 $\nabla \cdot \vec{u} = 0$ と，NS 方程式 (1) が，式 (4) から温度方程式 (2) が，それぞれ，導出される．圧力，動粘性係数，熱拡散率は，それぞれ， $p = c^2 \rho / 3$ ， $\nu = c^2 (\tau_f - 0.5) \delta_t / 3$ ， $\chi = 2c^2 (\tau_g - 0.5) \delta_t / 3$ で与えられる．

2.2. Smoothed Profile Method

SPM では，流体領域において $\varphi_i = 0$ ，固体領域において $\varphi_i = 1$ となるパラメータ φ_i を定義し，固体粒子境界近傍に格子幅に相当する境界幅を仮定する． φ_i は幅 ξ の境界内で連続的に変化する． φ_i の関数形は任意に定義出来るが，本研究では以下の関数を使用する⁽⁴⁾．

$$\varphi_i(\vec{x}, t) = s(a_i - |\vec{x} - \vec{X}_i(t)|),$$

$$s(r) = \begin{cases} 0, & r < -\xi/2, \\ \frac{1}{2} \left(\sin \frac{\pi r}{\xi} + 1 \right) & |r| < \xi/2, \\ 1. & r > \xi/2. \end{cases} \quad (10)$$

ここで，添え字 i は固体粒子番号， a_i は固体粒子半径， $\vec{X}_i(t)$ は時間 t における固体粒子の中心位置を示す．SPM は，no-slip 境界条件を満足する IBM に対し固体と流体の境界面を改良した手法と考えることも出来る．総数 N_P 個の固体粒子が存在する計算領域全体に対する固体粒子の密度場 φ は，

$$\varphi(\vec{x}, t) = \sum_{i=1}^{N_P} \varphi_i(\vec{x}, t), \quad (11)$$

によって与えられる．固体粒子の速度場 \vec{u}_P ，温度場 T_P は，

$$\varphi(\vec{x}, t) \vec{u}_P(\vec{x}, t) = \sum_{i=1}^{N_P} \varphi_i(\vec{x}, t) \vec{V}_i(t) + \sum_{i=1}^{N_P} \varphi_i(\vec{x}, t) \vec{\Omega}_i(t) \times (\vec{x} - \vec{X}_i(t)), \quad (12)$$

$$\varphi(\vec{x}, t) T_P(\vec{x}, t) = \sum_{i=1}^{N_P} \varphi_i(\vec{x}, t) T_i(t), \quad (13)$$

で表される． \vec{V}_i ， $\vec{\Omega}_i$ はそれぞれ，時間 t における i 番目の固体粒子の並進速度と角速度を表す．流体粒子の相互作用力 \vec{F} は，固体粒子を剛体球と考える Direct forcing method⁽⁵⁾ に基づき，

$$\vec{F}(\vec{x}, t) = -\varphi(\vec{x}, t) [\vec{u}_P(\vec{x}, t) - \vec{u}(\vec{x}, t)], \quad (14)$$

で与えられる．同様に，温度方程式のソース項 Q は，

$$Q(\vec{x}, t) = -\varphi(\vec{x}, t) [T_P(\vec{x}, t) - T(\vec{x}, t)], \quad (15)$$

で与えられる．式 (14)，(15) により求められた \vec{F} ， Q を，式 (3)，(4) に代入することにより，熱輸送を伴う流体運動が計算される．時間間隔 Δt の間に，固体粒子が流体から受ける力 \vec{F}_i とトルク \vec{N}_i は運動量保存則により，

$$\int_t^{t+\Delta t} \vec{F}_i dt = \int_{\mathcal{V}_P} \rho \varphi_i(\vec{x}, t) [\vec{u}(\vec{x}, t) - \vec{u}_P(\vec{x}, t)] d\mathcal{V}_P, \quad (16)$$

$$\int_t^{t+\Delta t} \vec{N}_i dt = \int_{\mathcal{V}_P} \rho \varphi_i(\vec{x}, t) [\vec{x} - \vec{X}_i(t)] \times [\vec{u}(\vec{x}, t) - \vec{u}_P(\vec{x}, t)] d\mathcal{V}_P, \quad (17)$$

で与えられる．力 \vec{F}_i とトルク \vec{N}_i の計算において，IBM では面積分に対する近似計算を用いるが，SPM では固体粒子の体積 \mathcal{V}_P における体積積分が用いられるため，ラグランジュ点を必要としない．式 (16)，(17) によって与えられた抗力により，次の時間ステップ $t + \Delta t$ における固体粒子の速度と角

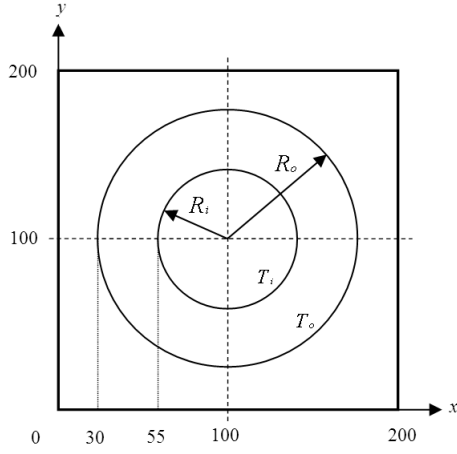


Fig. 1 Schematic diagram of whole computational domain with concentric cylinders.

速度を計算する．

$$\vec{V}_i(t + \Delta t) = \vec{V}_i(t) + M_P^{-1} \int_t^{t+\Delta t} (\vec{F}_i + \vec{F}_i^{ext}) dt, \quad (18)$$

$$\vec{\Omega}_i(t + \Delta t) = \vec{\Omega}_i(t) + I_P^{-1} \int_t^{t+\Delta t} (\vec{N}_i + \vec{N}_i^{ext}) dt. \quad (19)$$

ここで、 \vec{F}_i^{ext} は外力、 \vec{N}_i^{ext} は外力によるトルク、 M_P は固体粒子の質量、 I_P は固体粒子の慣性モーメントである．新たな固体粒子位置は、

$$\vec{X}_i(t + \Delta t) = \vec{X}_i(t) + \int_t^{t+\Delta t} \vec{V}_i dt. \quad (20)$$

で与えられる．式 (18), (19), (20) で更新された新たな固体粒子の位置、速度、角速度を、式 (11), (12), (13) に代入することにより、次の時間ステップ $t + \Delta t$ における計算領域全体に対する固体粒子の密度場、速度場、温度場を計算する．

熱流動解析に対する本 SP-LBM のアルゴリズムを以下に示す．

- (1) i 番目の固体粒子の位置 \vec{X}_i 、並進速度 \vec{V}_i 、角速度 $\vec{\Omega}_i$ 、温度 T_i の初期条件を与える．
- (2) 式 (5)-(8) に流体の速度 \vec{u} 、密度 ρ 、温度 T の初期値を代入し、平衡分布関数を求める．分布関数の初期条件は $f_\alpha = f_\alpha^{eq}$ 、 $g_\alpha = g_\alpha^{eq}$ によって与えられる．
- (3) 式 (11), (12) により、計算領域全体に対する固体粒子の密度場 φ と速度場 \vec{u}_P を計算する．式 (13) より、固体粒子の温度場 T_P を求める．
- (4) 流体と固体の相互作用力 \vec{F} と温度方程式のソース項 Q を、式 (14), (15) より求める．
- (5) \vec{F} 、 Q を代入した格子ボルツマン方程式 (3), (4) から、 f_α 、 g_α を求め、式 (9) から流体の密度 ρ 、流速 \vec{u} 、温度 T を計算する．
- (6) 固体粒子に働く流体力 \vec{F}_i とトルク \vec{N}_i を式 (16), (17) によって計算する．

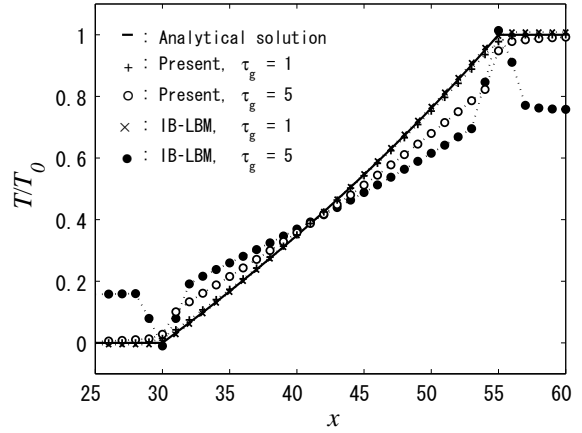


Fig. 2 Profiles of the temperature at the horizontal central plane $y = 100\Delta x$.

- (7) 時刻 $t + \Delta t$ 後の i 番目の固体粒子の速度 \vec{V}_i 、 $\vec{\Omega}_i$ と、位置 \vec{X}_i を、式 (18), (19), (20) から求める．
- (8) ステップ (3) に戻り計算を繰り返す．

3. 数値計算

二重円筒管に対する熱伝導問題を用い、SP-LBM の熱流動解析への適用性を検証する．Fig.1 に示すように計算領域は $200\Delta x \times 200\Delta x$ 、 $R_i = 45\Delta x$ 、 $R_o = 70\Delta x$ 、 $Gr = 0$ 、 $T_i = 1$ 、 $T_o = 0$ 、 $\Delta x = \Delta t = c = 1$ とする． R_i 、 R_o は内円、外円の半径で、 T_i 、 T_o は内円、外円の温度である． Gr はグラスホフ数である．温度方程式に対する厳密解 \hat{T} は、

$$\hat{T}(R) = \frac{T_o \log(R/R_i) - T_i \log(R/R_o)}{\log(R_o/R_i)}, \quad (21)$$

である．Fig.1 に示す $y = 100\Delta x$ の断面における $x = 30 - 55$ 間での温度分布に関し、IB-LBM⁽⁶⁾ と比較した計算結果を Fig.2 に示す．SP-LBM を用いた場合の $\tau_g = 1$ 、 $\tau_g = 5$ に対する計算結果を + と o で、IB-LBM を用いた場合の $\tau_g = 1$ 、 $\tau_g = 5$ に対する計算結果を x と • で、式 (21) の厳密解を実線で、それぞれ示す．収束判定条件は、 $\max|T^{(n+1)} - T^{(n)}| \leq 10^{-8}$ を用いた． $\tau_g = 5$ の場合、SP-LBM の方が IB-LBM より厳密解に対する誤差が小さくなっており、 $\tau_g = 1$ の場合、誤差が更に小さくなっている．境界近傍に着目すると、緩和時間 τ_g に関係なく、IB-LBM の方が SP-LBM より、境界値と良い一致を示している．SP-LBM では、境界内を連続的に変化する密度場 φ を用いて、境界の温度が計算される．一方、IB-LBM では、デカルト格子上的温度に対し補間関数を適用し、境界の温度が導出される．Fig.2 に示された SP-LBM と IB-LBM の精度の違いは、境界上の温度に対する補間方法の違いに基づくと考えられる．SPM を LBM に適用した場合、緩和時間係数 τ_g の増加により境界近傍に、IB-LBM と同様の温度の歪み^(3, 6)が発生しており、SP-LBM を用い熱流動解析を行う場合、緩和時間 τ_g を小さくする必要がある．

次に、円柱周りの自然対流解析を行い、ヌセルト数、流速

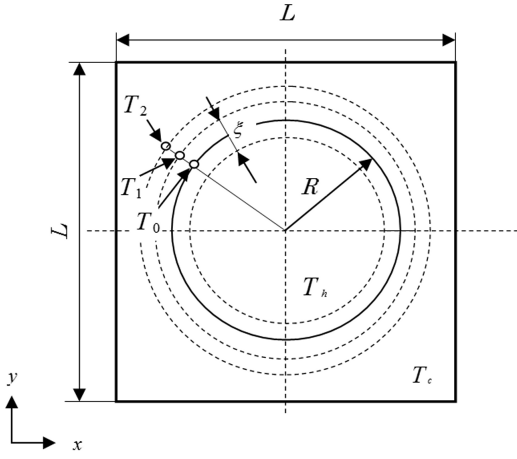


Fig.3 Schematic diagram of the annulus between concentric circular and square cylinders.

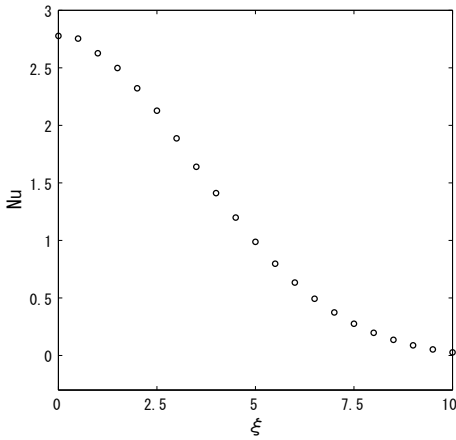


Fig.4 Dependence of the Nusselt number on the interface thickness.

分布，温度分布について検証する．Fig.3 に示すように，温度 $T_c = 0$ の正方形の領域内の中心に温度 $T_h = 1$ の円柱を置く．SP-LBM における境界幅 ξ によるヌセルト数への影響を検証する．計算条件はレイリー数 $Ra = 10^4$ ，格子点数は 151×151 ，計算領域の幅 L と半径 R との比 $R/L = 0.1$ ，代表速度 $U_0 = 0.1c$ とし， ξ を 0 から 10 まで 0.5 刻みに変更しヌセルト数を計算する．緩和時間は $\tau_f = 3U_0L\sqrt{PrRa} + 0.5$ ， $\tau_g = 1.5U_0L/\sqrt{PrRa} + 0.5$ で与える． Pr はプラントル数であり $Pr = 0.71$ とする．浮力は，ブジネスク近似 $\vec{G} = (0, \beta G(T - T_m))$ により与え， β は体積膨張率， G は重力加速度の大きさ， T_m は基準温度を表し， $T_m = 0.5$ とする．式 (3) の右辺第 3 項の外力項に，浮力 \vec{G} を \vec{F} と共に加えることにより，自然対流が計算される．定常状態に対する収束判定条件は，

$$\max(|\vec{u}^{n+1} - \vec{u}^n|) \leq 10^{-8}, \quad (22)$$

$$\max|T^{n+1} - T^n| \leq 10^{-8}, \quad (23)$$

とした．正方領域の境界条件には，Zou によって提案された非平衡分布関数に対するバウンズバック・スキーム⁽⁷⁾を用いる．ヌセルト数 Nu は次式で定義される．

Table 1 Comparison of surface-averaged Nusselt number.

Ra	R/L	Present		Ref.[9]	Ref.[10]
		$\xi = 2.0$	$\xi = 2.5$		
10^4	0.1	2.322	2.128	2.071	2.08
	0.2	3.651	3.341	3.331	3.24
	0.3	6.104	5.584	5.826	5.40
10^5	0.1	4.308	3.944	3.825	3.79
	0.2	5.626	5.123	5.08	4.86
	0.3	7.237	6.595	6.212	6.21

$$Nu = -\left. \frac{\partial T}{\partial n} \right|_{wall}, \quad \bar{Nu} = \frac{1}{W} \int_0^W Nu ds. \quad (24)$$

ここで， n は円柱表面に対する法線方向， W は円柱周りの長さを表す⁽⁸⁾． $\partial T/\partial n$ を計算するため，Fig.3 に示すように，円柱表面上の温度 T_0 ，円柱表面から Δx 離れた位置の温度 T_1 ， $2\Delta x$ 離れた位置の温度 T_2 を IBM で用いられる関数⁽⁶⁾によって補間する．円柱周りの 360 度全ての方向に対し補間された T_0, T_1, T_2 を使い， $\partial T/\partial n \approx (-T_2 + 4T_1 - 3T_0)/2\Delta x$ の 2 次精度片側差分近似によって $\partial T/\partial n$ を近似計算する．平均ヌセルト数と格子幅 ξ の関係を Fig.4 に示す．Fig.4 より ξ が小さくなるにつれ，平均ヌセルト数が大きくなるのが分かる．また，Moukalled⁽⁹⁾，Shu⁽¹⁰⁾ によって計算された平均ヌセルト数 2.071，2.080 と比較すると，Fig.4 において，文献⁽⁴⁾ で用いられる $\xi = 2.0$ よりも， $\xi = 2.5$ において参照解と良い一致が示されている．境界幅 ξ が境界表面の熱伝達に影響することから，SP-LBM による熱流動解析では，境界幅 ξ を適切に設定する必要があることが明らかになった．

レイリー数 Ra と円柱半径 R を変更した場合の平均ヌセルト数，流れ関数，温度分布に対する境界幅の影響を検証する．格子幅は $\xi = 2, \xi = 2.5$ とする．格子点数と代表速度は， $Ra = 10^3$ に対し 101×101 ， $U_0 = 0.05c$ ， $Ra = 10^4$ に対し 151×151 ， $U_0 = 0.1c$ ， $Ra = 10^5$ に対し 251×251 ， $U_0 = 0.2c$ とする．プラントル数は $Pr = 0.71$ である． $R/L = 0.1, 0.2, 0.3$ のように変更した場合の平均ヌセルト数を Table 1 に示す．Table 1 より，全レイリー数 Ra ，半径 R と計算領域の幅 L との比 R/L に対し， $\xi = 2.5$ において，参照解^(9, 10) と良い一致を示すことが分かる．なお， $Ra = 10^3$ に対して Table.1 の参考文献^(9, 10) には参照解が存在しないが， $R/L = 0.2$ ， $\xi = 2.5$ における平均ヌセルト数 3.328 は参照解⁽⁶⁾ 3.370 と良い一致を示した． $\xi = 2.5$ とし，SP-LBM によって計算された流れ関数と温度分布とを Fig.5 に示す．本計算により得られた流れ関数および温度分布は，参照解^(9, 10) とよい一致を示しており，SP-LBM は自然対流解析に有効であることが明らかになった．

自然対流を考慮しない一粒子沈降における粒子の位置と速度の時間変化を検証する．なお以下では固体粒子のことを粒子と呼ぶ．計算条件としてチャンネル幅 2 [cm]，高さ 6 [cm]，動粘性係数 $\nu_r = 0.1[\text{cm}^2/\text{s}]$ ，流体密度 $1.0[\text{g}/\text{cm}^3]$ ，粒子密度 $1.25[\text{g}/\text{cm}^3]$ ，粒子半径 0.125 [cm] とし，粒子は 4 [cm] の

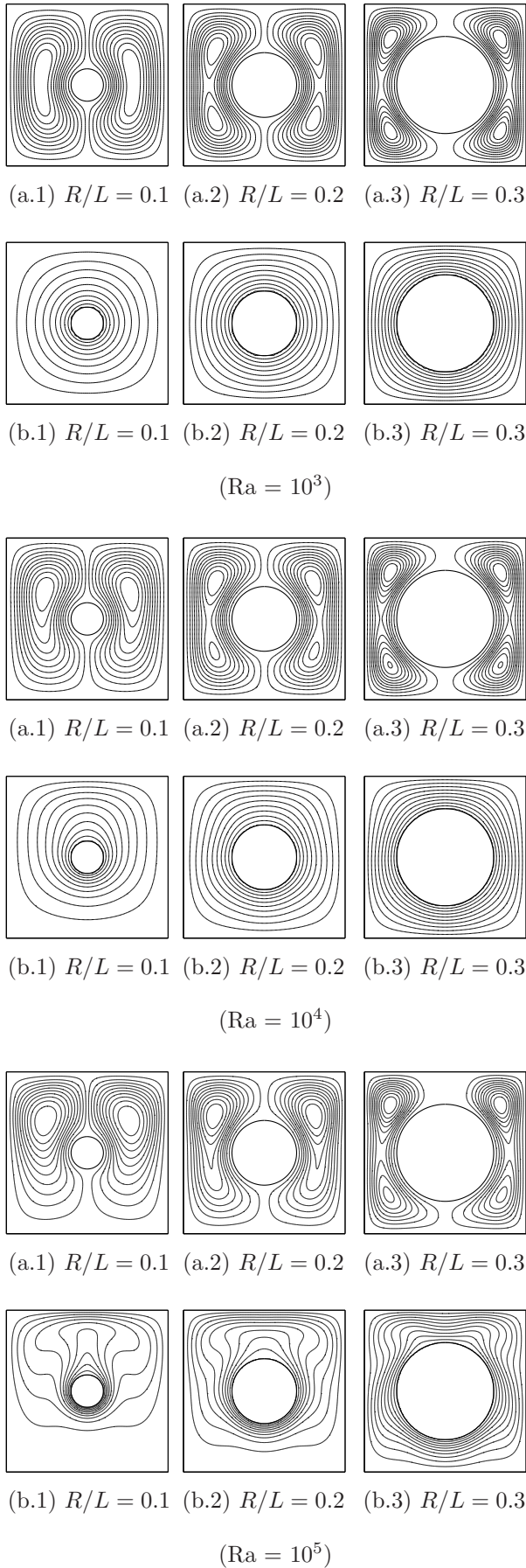


Fig. 5 (a) Streamlines; (b) Isotherms.

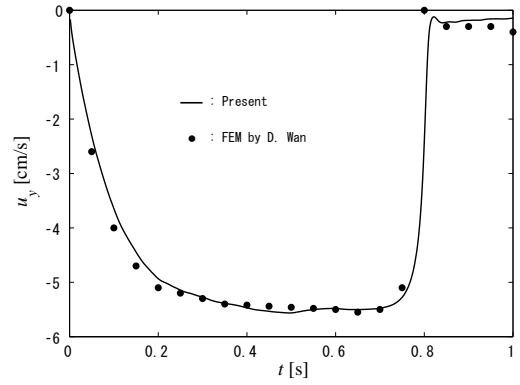


Fig. 6 Translational velocity of a particle in a channel.

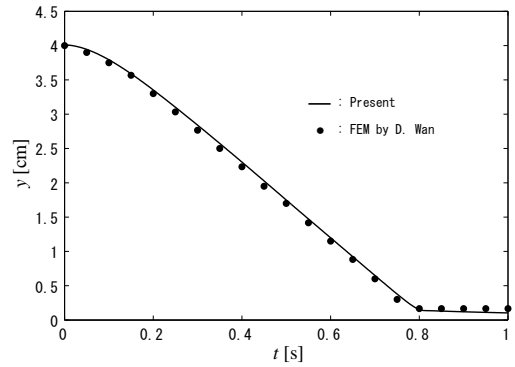


Fig. 7 Longitudinal coordinates of a particle in a channel.

高さに配置する．格子点数は 201×601 である．時刻刻みは $\Delta t_r = \Delta t (\Delta x_r / \Delta x)^2 \nu / \nu_r = \Delta x_r^2 \nu / \nu_r$ によって計算される．本手法による粒子の速度と位置の時間変化を、それぞれ、Fig.6, Fig.7 に示す．本計算結果を実線、Wan による参照解⁽¹¹⁾ を●で示す．SP-LBM による計算結果が Wan による参照解と良く一致しており、SP-LBM により一粒子沈降が適切に計算されることが Figs.6, 7 から分かる．Wan は、粒子と壁との距離の関数である反発力を仮定している．この反発力により、粒子が壁に衝突する $t = 0.8$ において粒子速度が反転することが Fig.6 から分かる．本 SP-LBM では、仮想的な反発力を仮定していないにも関わらず、壁との衝突時に粒子速度の反転が再現される．IB-LBM で必要とされたラグランジュ点の設定、境界値の補間、仮想的な反発力が、SP-LBM では不要である．

最後に、高温流体中 ($T_h = 0$) を沈降する低温粒子 ($T_l = -1.0$) に対する自然対流の影響を検証する．格子点数は 161×1601 、チャンネル幅 1.6 [cm]、高さ 16.0 [cm]、レイノルズ数 $Re = 40.5$ 、プラントル数 $Pr = 0.7$ 、流体密度 1.0 [g/cm³]、粒子密度 $\rho_r = 1.00232$ [g/cm³]、粒子半径 $R = 0.2$ [cm]、緩和時間 $\tau_f = 0.9$ とし、粒子の初期位置はチャンネルの中心から半径分ずらした (0.6 [cm], 15.2 [cm]) とし、温度は一定とした．動粘性係数は $\nu = (\tau_f - 0.5)/3$ で与えられる．代表速度 U_0 に関する次式 $U_0 = Re\nu/2R$ と、 $U_0 = \sqrt{\pi R(\rho_r - 1)g}$ から、粒子に働く重力 $g = U_0^2/\pi R(\rho_r - 1)$ が与えられる． g は $\vec{F}_i^{ext} = (0, -g)$ とし、式 (18) に代入することで、粒子は重力により沈降する．代表長さ $2R$ を用い、代表時間は $2R/U_0$ で

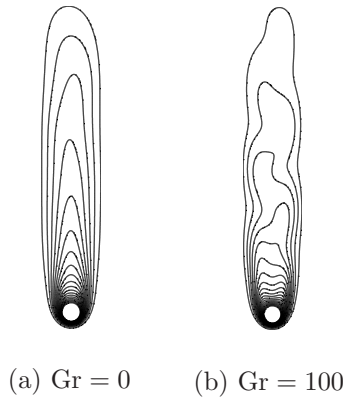


Fig. 8 Isotherms for a cold circular particle settling in a vertical channel.

与えられる。グラスホフ数 $Gr = 0$, $Gr = 100$ に対する, 時間 $t = 35.4$ における粒子周りの温度分布を Fig.8 に, 粒子の水平方向位置の時間変化を Fig.9 に示す。Figs.8, 9 より, 自然対流の影響がない $Gr = 0$ では, 粒子は徐々にチャンネル中心に近づき, 温度分布に揺らぎも発生しない。 $Gr = 100$ では, 自然対流の影響により粒子は振動しながらチャンネル中心に近づく。Yu らの計算で示された自然対流による沈降粒子の振動⁽¹²⁾ が SP-LBM により再現されたことが分かる。

4. おわりに

SP-LBM を用いた同心二重円筒管の熱流動解析において, 緩和時間 τ_g を小さくすることにより, 境界近傍の温度分布のひずみが減少することが分かった。レイリー数 Ra , 半径 R と計算領域の幅 L との比 R/L を変えた場合の円柱周りの自然対流解析において, 平均ヌセルト数, 流れ関数分布, 温度分布は, 参照解⁽⁹⁾, ⁽¹⁰⁾ と良い一致を示し, SP-LBM の自然対流解析に対する有効性が実証された。境界厚さ ξ が表面ヌセルト数に影響することが明らかになり, 本研究では実験則から $\xi = 2.5$ に設定した。 ξ の最適化については今後の課題である。一粒子沈降の計算を行い, 粒子位置と速度の時間変化が, 参照解⁽¹¹⁾ と良い一致を示した。SP-LBM では, 仮想的な反発力が加えられていないにも関わらず, 壁衝突後の挙動も参照解⁽¹¹⁾ と良い一致を示した。高温液体中の低温粒子の沈降計算において, 自然対流の影響による粒子の振動が再現された。Yu らの参照解⁽¹²⁾ と比較するため, 高いグラスホフ数 ($Gr > 2000$) に対する粒子挙動解析が行えるように, SP-LBM の数値的安定性を向上させる必要がある。今後, 粒子衝突に仮想的な反発力を考慮しないことより, SP-LBM を 3 次元計算に拡張し, 粒子衝突時の潤滑作用について定量的に評価する予定である。

参考文献

- (1) Peskin, C. S. : Flow patterns around heart valves: A numerical method, *J. Comput. Phys.*, **10**(1972), pp. 252–271.
- (2) Chen, S., Doolen, G. D. : Lattice Boltzmann method for fluid flows, *Annu. Rev. Fluid Mech.*, **30**(1998), pp. 329–364.

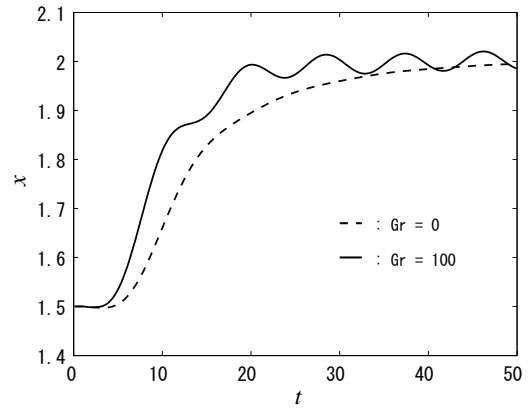


Fig. 9 The lateral position of a cold particle.

- (3) Le, G., Zhang, J. : Boundary slip from the immersed boundary lattice Boltzmann models, *Phys. Rev. E*, **79**(2009), pp. 026701.
- (4) Jafari, S., Yamamoto, R., Rahnama, M. : Lattice-Boltzmann method combined with smoothed-profile method for particulate suspensions, *Phys. Rev. E*, **83**(2011), pp. 026702.
- (5) Uhlmann, M., An immersed boundary method with direct forcing for the simulation of particulate flows, *J. Comput. Phys.*, **209**(2005), pp. 448–476.
- (6) 瀬田剛: 埋め込み境界法を用いた格子ボルツマン法による自然対流解析, *日本数理工学論文集*, **10**(2010), pp. 1-6.
- (7) Zou, Q., He, X. : On pressure and velocity boundary conditions for the lattice Boltzmann BGK model, *Phys. Fluids*, **9**(1997), pp. 1591–1598.
- (8) Kim, B. S., Lee, D. S., Ha, M. Y., Yoon, H. S. : A numerical study of natural convection in a square enclosure with a circular cylinder at different vertical locations, *Int. J. Heat Mass Tran.*, **51**(2008), pp. 1888–1906.
- (9) Moukalled, F., Acharya, S. : Natural convection in the annulus between concentric horizontal circular and square cylinders, *J. Thermophysics Heat Tr.*, **10**(1996), pp. 524–531.
- (10) Shu, C., Zhu, Y. D. : Efficient computation of natural convection in a concentric annulus between an outer square cylinder and an inner circular cylinder, *Int. J. Numer. Meth. Fl.*, **38**(2002), pp. 429–445.
- (11) Wan, D., Turek, S. : Direct numerical simulation of particulate flow via multigrid FEM techniques and the fictitious boundary method, *Int. J. Numer. Methods Fluids*, **51**(2006), pp. 531–566.
- (12) Yu, Z., Shao, X., Wachs, A. : A fictitious domain method for particulate flows with heat transfer, *J. Comput. Phys.*, **217**(2006), pp. 424–452.