

レーザースポレーション法による Ti 薄膜の密着強度評価に関する逆解析

INVERSE ANALYSIS FOR EVALUATION OF ADHESION STRENGTH OF Ti THIN FILM BY LASER SPALLATION METHOD

荒井 政大¹⁾, 平松 尚樹²⁾, 佐藤 慶宜³⁾, 伊藤 寛明⁴⁾, 榊 和彦⁵⁾, 長 秀雄⁶⁾

Masahiro ARAI, Naoki HIRAMATSU, Yoshitaka SATO, Hiraoki ITO, Kazuhiko SAKAKI and Hideo CHO

- | | | | |
|------------------|-------------|--------------------|--------------------------------------|
| 1) 信州大学工学部 | (〒 380-8553 | 長野市若里 4-17-1, | E-mail: arai@shinshu-u.ac.jp) |
| 2) 信州大学大学院工学系研究科 | (〒 380-8553 | 長野市若里 4-17-1, | E-mail: naoki@str.shinshu-u.ac.jp) |
| 3) 信州大学大学院工学系研究科 | (〒 380-8553 | 長野市若里 4-17-1, | E-mail: yoshita@str.shinshu-u.ac.jp) |
| 4) 信州大学工学部 | (〒 380-8553 | 長野市若里 4-17-1, | E-mail: h-ito@shinshu-u.ac.jp) |
| 5) 信州大学工学部 | (〒 380-8553 | 長野市若里 4-17-1, | E-mail: ksakaki@shinshu-u.ac.jp) |
| 6) 青山学院大学理工学部 | (〒 229-8558 | 相模原市中央区淵野辺 5-10-1, | E-mail: cho@me.aoyama.ac.jp) |

In the present paper, the interfacial adhesion strength between thin film and substrate is evaluated by using laser ultrasonic waves. The laser beam is irradiated on the substrate which has a thin film on the opposite side. The ultrasonic elastic wave is excited by the laser beam, and it propagates in the thickness direction of the substrate. The ultrasonic compressive wave reflects at the opposite surface as a tensile wave, and reaches the interface. Finally, delamination at the interface is caused by the tensile wave. In the present study, the interfacial stress is estimated by inverse analysis using Laplace-transformed boundary element method. The displacement history on the surface of the specimen can be related to the interfacial stress by a transfer function. The transfer function can be obtained numerically by 3-dimensional boundary element analysis. The test specimens made from Al alloy substrate and Ti thin film were used in the present study. It is confirmed that the interfacial strength between thin film and substrate is 68.3 MPa from the present investigation.

Key Words: Laser Ultrasonic Waves, Inverse Analysis, Boundary Element Method, Thin Film, Wave Propagation, Interfacial Strength

1. 緒 論

さまざまな機械材料の特性改善, 例えば耐熱性や耐摩耗性, 擦動特性, 耐食性, さらには種々の光学デバイスにおける物理特性の改善を目的として, コーティング膜(薄膜)を有する材料がさまざまな機械構造物や機械部品に用いられている。例えば, 切削工具の表面処理には, 高い硬度, 剛性, 化学的安定性を有するダイヤモンドや, DLC(ダイヤモンド・ライク・カーボン)による皮膜が用いられており, それ以外にも, 工具の高寿命化, 耐摩耗性の改善を目的として様々な皮膜が用いられている。薄膜の密着強度の評価方法として, 既に様々な手法が提案されている。代表的な方法として, スクラッチ試験法や圧子押し込み試験法などが知られているが, いずれの試験方法も, 膜の変形挙動の制御が困難であることや, 局所的な応力集中の影響を排除しきれないといった難点を抱えている。

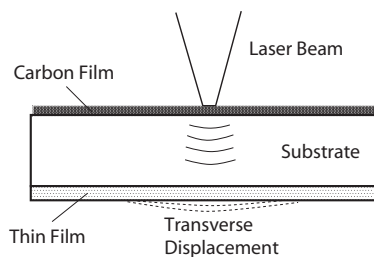


Fig. 1 Evaluation of interfacial strength for thin film using laser ultrasonic waves.

著者らのグループは, 薄膜の密着強度の評価手法として, レーザースポレーション法と呼ばれるレーザー超音波を用いた計測手法⁽¹⁾⁽²⁾に着目し, 種々の検討を重ねてきた。この計測手法では, Fig.1 に示されるように, 薄膜を有する試験片の基材側にレーザーを照射して, アブレーションにより試験片内に超音波を励起させ, 試験片裏面すなわち薄膜の表面

にて測定された変位の時刻歴データを用いて基材と薄膜の密着強度を逆解析的に算出する．本研究グループの評価法では，従来法のように，基材と薄膜内の波動伝播を一次元波動伝播理論により近似するのではなく，3次元波動伝播そのものを境界要素法を用いて解析することで，より信頼性の高い密着強度データが得られることを見出している⁽³⁾⁽⁴⁾．

既報の密着強度評価手法では，逆問題において生じる解の非適切性に関する対応がなされていなかったため，得られた強度データにばらつきが生じるなどの問題があった．そこで本研究では逆問題の解析プロセスに解の適切化手法を導入し，数値解の安定化を図るとともに，数値解の精度を向上させることを目的として一連の考察を行った．解の適切化手法には種々の逆問題解析において有効性が示されている階数低下法⁽⁵⁾を用い，その際の有効ランクの決定には久保らが提案した許容条件数法⁽⁶⁾を用いた．また，より信頼性の高い密着強度の評価値を得るために，数値解のデータ処理に対してワイブル分布に基づく統計的な評価手法を適用した．

今回の論文では，アルミニウム (Al) 合金基材に高速フレーム溶射によりチタン (Ti) 薄膜を形成した試験片を用い，薄膜と基材の密着強度評価試験を実施した結果について報告する．

2. 伝達関数法による界面応力の同定⁽⁷⁾⁽⁸⁾

線形弾性体において，入力荷重を $f(t)$ ，その結果得られる出力変位を $u(t)$ とする線形な入出力システムを考えると，入力 $f(t)$ と出力 $u(t)$ との関係はシステムのインパルス応答関数 $G_1(t)$ を用いて，次のような Duhamel の畳み込み積分で表すことができる．

$$u(t) = \int_0^t G_1(t - \tau) f(\tau) d\tau \quad (1)$$

式 (1) を Laplace 変換すると以下の式を得る．

$$\bar{u}(s) = \bar{G}_1(s) \bar{f}(s) \quad (2)$$

ここで， $\bar{G}_1(s)$ はこのシステムの入出力関係を表す伝達関数である．すなわち，系の伝達関数が予め求められていれば，出力である変位から系への入力である荷重履歴を逆解析的に求めることができる．

次に，薄膜の接合界面における応力を算出するために，界面応力と入力荷重との間に成立する関係式を考える．先の式 (1), (2) と同様に，入力荷重と界面応力の間にも同様の線形な入出力システムが成立すると考えることができる．すなわち，界面応力と入力荷重の関係についても，次式のような畳み込み積分で表す．

$$\sigma(t) = \int_0^t G_2(t - \tau) f(\tau) d\tau \quad (3)$$

上式を Laplace 変換すると次式を得る．

$$\bar{\sigma}(s) = \bar{G}_2(s) \bar{f}(s) \quad (4)$$

本論文では，2つの伝達関数 $\bar{G}_1(s)$, $\bar{G}_2(s)$ を Laplace 変換法

に基づく3次元境界要素法⁽³⁾⁽⁴⁾により求めた．すなわち，実験により測定された試験片の変位応答に Laplace 変換を施した後，式 (2) によって試験片表面に作用する荷重の時刻歴を求め，さらに式 (4) により界面応力の Laplace 変換 $\bar{\sigma}(s)$ を算出した．

3. 数値 Laplace 逆変換

本論文では，伝達関数法により求められた応力の Laplace 変換 $\bar{\sigma}(s)$ に対して数値 Laplace 逆変換を行って界面応力の実時間変動を求めた．数値 Laplace 逆変換には，以下に示すように高速 Fourier 変換を利用した Krings & Waller の方法⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾を適用した．ここではその概要について述べる．

実時間の関数 $f(t)$ の数値 Laplace 変換及び逆変換は以下のように定義される．

$$\bar{f}(s) = \int_0^{\infty} f(t) \exp(-st) dt \quad (5)$$

$$f(t) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} \bar{f}(s) \exp(st) ds \quad (6)$$

ここで， γ は収束座標である．Laplace 変換パラメータ s を以下のように置き換える．

$$s = \gamma + i\omega \quad (\gamma = \text{const.}) \quad (7)$$

式 (7) を式 (5), (6) に代入すると次式を得る．

$$\bar{f}(\gamma + i\omega) = \int_0^{\infty} [f(t) \exp(-\gamma t)] \exp(-i\omega t) dt \quad (8)$$

$$f(t) = \exp(\gamma t) \left[\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \bar{f}(\gamma + i\omega) \exp(i\omega t) d\omega \right] \quad (9)$$

以上のように数値 Laplace 変換及び逆変換は Fourier 変換を用い，記述することが可能であることが分かる． ω, t を離散的に記述すると以下の式となる．

$$\omega = n\Delta\omega, \quad t = k\Delta t \quad (10)$$

離散 Fourier 変換を適用するにあたり，式 (10) を用いて式 (8), (9) を以下のように離散化する．

$$k\bar{f}(\gamma + in\Delta\omega) = \sum_{k=0}^{\infty} [f(k\Delta t) \exp(-\gamma k\Delta t)] \times \exp(-in\Delta\omega \Delta t) \Delta t \quad (11)$$

$$f(k\Delta t) = \frac{\exp(\gamma k\Delta t)}{2\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} [\bar{f}(\gamma + in\Delta\omega)] \times \exp(ink\Delta\omega \Delta t) \Delta\omega \quad (12)$$

解析時間を $0 \leq t \leq T$ とすれば，標準化定理より $\Delta\omega$ 及び Δt は次のように求めることができる．

$$\Delta t = \frac{T}{N_p}, \quad \Delta\omega = \frac{2\pi}{T} \quad (13)$$

上式の N_p は解析時間 T のサンプリング数である．式 (13) を式 (11), (12) に代入することにより，離散 Fourier 変換を用いた Laplace 変換対の定義式が次式で与えられる．



Fig. 2 A picture of experimental setup.

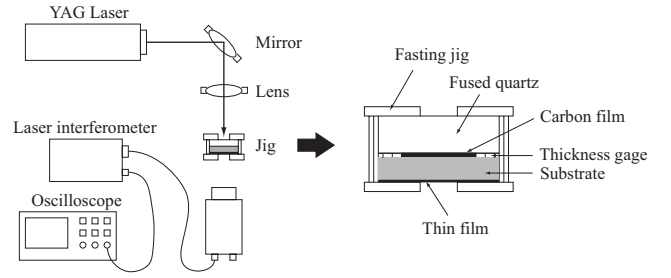


Fig. 3 Experimental equipment.

$$\begin{aligned} \bar{f}(\gamma + in\Delta\omega) &= \frac{T}{N_p} \sum_{k=0}^{N_p-1} [f(k\Delta t)\exp(-\gamma k\Delta t)] \\ &\quad \times \exp\left(-\frac{2\pi ink}{N_p}\right) \quad (14) \\ f(k\Delta t) &= \frac{\exp(\gamma k\Delta t)}{T} \sum_{n=0}^{N_p-1} [\bar{f}(\gamma + in\Delta\omega)] \\ &\quad \times \exp\left(\frac{2\pi ink}{N_p}\right) \quad (15) \end{aligned}$$

以上のようにして Laplace 変換対は Fourier 変換型に書き換えられ、高速 Fourier 変換により高速な演算が可能となる。なお、数値 Laplace 逆変換における定数 γ について、本論文では Wilcox⁽¹¹⁾ に従い $\gamma = 2\pi/T$ として計算を行った。

なお、実際の演算では、Laplace 像空間解 \bar{f} は複素数、実時間解 f は実数となる。その場合には、Laplace 像空間解 $\bar{f}_j (j = 1 \sim N_p - 1)$ は以下の対称性を満たす。

$$\bar{f}_j = \bar{f}_k^* \quad (k = N_p - j) \quad (16)$$

ただし、 \bar{f}^* は関数 \bar{f} の複素共役を表す。

4. 逆解析における入力荷重の適切化法

本研究では、試験片裏面（薄膜表面）の変位応答から逆解析により基材上面に作用する入力荷重を同定する。これはシステムの出力信号から入力信号を求める逆問題である。ここでは逆問題特有の非適切性を回避する適切化手法について述べる。まず入力荷重 $f(t)$ 、変位応答 $u(t)$ の数値 Laplace 変換・逆変換を Laplace 変換作用素マトリクスを用いて表示すると次式となる。

$$L f = \bar{f}, f = L^{-1} \bar{f} \quad (17)$$

$$L u = \bar{u}, u = L^{-1} \bar{u} \quad (18)$$

ここで L は Laplace 変換作用素マトリクスであり、 $N_p \times N_p$ の正方行列となる。また、Laplace 変換解 \bar{f} は、先に述べた対称性により $N_p/2$ 個に減じられた複素型の Laplace 変換解の実部と虚部を分離し、要素数 N_p の実数列ベクトルとして構成しなおしたものとす。式 (2) に式 (17),(18) を適用すると以下の式を得る。

$$L^{-1} G_1 L f = u \quad (19)$$

上式において $A = L^{-1} G_1 L$ とおき、特異値分解を適用する。

$$A = L^{-1} G_1 L = U \Lambda V^T \quad (20)$$

ここで、 U, V は直交行列であり、 Λ は行列の特異値からなる対角行列である。特異値分解を適用することにより、行列 A の逆行列は $A^{-1} = V \Lambda^{-1} U^T$ となるから、結果的に式 (19) は次式のように変形できる。

$$f = V \Lambda^{-1} U^T u \quad (21)$$

続いて、上式に対して階数低下法を適用することを考える。階数低下法とは、最大特異値に比べ非常に小さい特異値を外乱とみなして無視することで解の適切化を図る手法である。具体的には十分に小さい特異値を 0 と置き、マトリクスの階数を k 次まで落とし、特異値マトリクス Λ の代わりに Λ_k を用いるものである。よって、適切化された解 f^* は次式となる。

$$f^* = V \Lambda_k^{-1} U^T u \quad (22)$$

なお、本研究では有効ランク k を選定するにあたり、久保らにより提案された許容条件数法⁽⁶⁾ を適用した。許容条件数法を適用するにあたり、変位応答 u に含まれる誤差ノルム $\|\Delta u\|$ をあらかじめ推定しておく必要がある。本論文では、測定された変位応答に対して加重移動平均法によりフィルタリングを 3 回行ったものを仮想的に誤差を含まない変位応答として扱い、同様に加重移動平均法によるフィルタリングを 2 回施したデータを誤差を含む変位応答として両者の差の二乗和より誤差ノルム $\|\Delta u\|$ を算出した。許容条件数 $Cond[A]_{op}$ は以下の式により決定される。

$$Cond[A]_{op} = R_x \frac{\|u\|}{\|\Delta u\|} \quad (23)$$

本研究では、許容値 R_x を 1.0 とし、上式を満たす最適条件数 $Cond[A]_{op}$ を選定した。

5. レーザー超音波を用いた薄膜の密着強度評価試験

本論文では、薄膜と基材からなる複合平板にレーザー超音波を照射して、薄膜と基材間の密着強度の評価を行った。実験装置およびその概略図を Fig.2 および Fig.3 に示す。YAG レーザー (New Wave Research · Tempest300) を試験片の基材側表面に照射し、平板の面外方向に超音波を伝播させた。なお、レーザーの半値持続時間幅は 5ns、レーザー照射直径は約 2mm である。また、試験片裏面の変位をレーザー

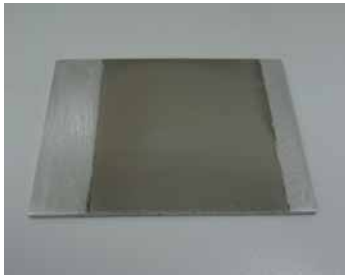


Fig. 4 Specimen of Ti film and Al substrate.

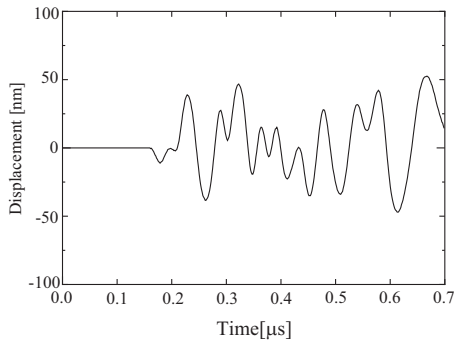


Fig. 5 Displacement history on the lower surface of the specimen at laser energy 52mJ.

干渉計 (THALES LASER SH140), およびオシロスコープ (Tektronis TDS3054) により測定した。

試験片を, Fig.4 に示す. 厚さ 1mm の Al 合金基材に対して高速フレーム溶射にて Ti 膜を約 100 μ m に成膜した後, Ti 膜が厚さ 30 μ m になるよう研磨を行った. なお, 本試験では 3 枚の試験片 (試験片 No.1~3) を用い, レーザーエネルギーを 44~80mJ の範囲で変化させ試験を実施した.

一例として試験片 No.1 においてレーザーエネルギー 52mJ を照射した際に得られた試験片裏面における試験片の面外変位の時刻歴を, Fig.5 に示す. 52mJ のレーザーエネルギーを照射した際, 試験片の基材/薄膜界面において, 直径約 1mm の円形の剥離が発生することを確認した. なお, 剥離の有無の確認には, 日本クラウトクレマ社製, デスクトップ型超音波探傷映像化装置 D-View を用いた.

6. 薄膜の界面強度評価に関する境界要素解析

6.1. 解析モデルと解析条件

先に述べたように, 薄膜の界面強度を評価するためには, 入力荷重と試験片裏面の変位を関係づける伝達関数 $\bar{G}_1(s)$, 入力荷重と界面応力を関係づける伝達関数 $\bar{G}_2(s)$ の 2 つが必要である. 前述のように, 本論文ではこれら 2 つの伝達関数を 3 次元非定常問題に対する境界要素法により算出する. なお, 以降の計算では, 荷重ではなく圧力 (板面に対して法線方向の応力) に対する伝達関数として $\bar{G}_1(s)$, $\bar{G}_2(s)$ を定義した.

解析モデルは Fig.6 に示すような対称性を考慮した 1/4 円筒形モデルである. なお, 本来は試験片寸法と同じ大きさの解析モデルを用いる必要があるが, 実際には試験片の端部 (板の側面) からの反射が剥離発生部分に到達する前に界面剥

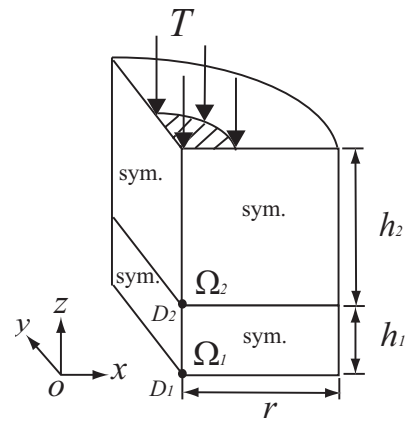


Fig. 6 A model of boundary element analyses.

Table 1 Material properties and dimensions of BEM model.

Material	Al	Ti
Young's Modulus[GPa]	70.3	110.57
Density[g/cm ³]	2.68	4.51
Poisson's Ratio	0.33	0.32
Thickness[mm]	1.00	0.03
Radius[mm]	3.00	3.00

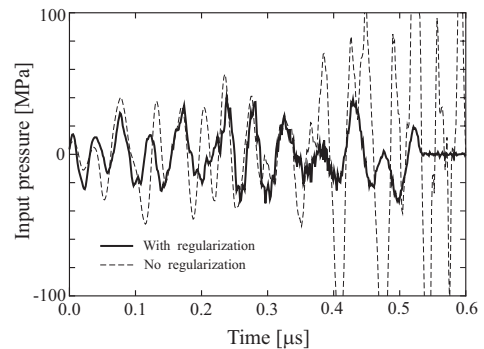


Fig. 7 Input pressure obtained by inverse analysis at laser energy 52mJ.

離が発生するため, 試験片端部における反射波の影響を考慮して, 反射波が到達する前に解析が終了するように, 十分な大きさの解析モデルを用いれば数値解析上の問題は生じない.

そこで, 板側面からの反射波が到達する時間を考慮して, Fig.6 に示されるように, 円筒の直径を 6mm としたモデルを用い, 反射波の影響が生じる前までの時間範囲を評価することとした. なお, 本解析モデルを用いるにあたり, 板の面内方向の相対寸法をいくつか変化した予備解析を行い, 試験片側面における反射波の影響が生じず, Fig.6 のモデルで十分に妥当な結果が得られることを確認している. 基材, 薄膜の厚さ, Young 率, 密度等に関する解析条件は Table 1 に示すとおりである.

解析モデルの下面, 側面は自由表面の境界条件とし, また上面中心の直径 2mm の部分において, 時間に対して単位インパルス状に変化する一様分布圧力が作用するものとして

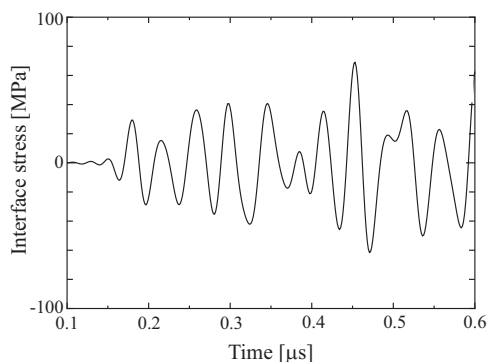


Fig. 8 Interface stress response obtained by inverse analysis at laser energy 52mJ.

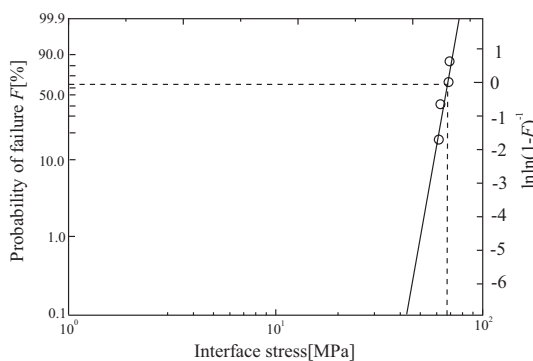


Fig. 10 Adhesion strength by Weibull distribution by laser spallation method.

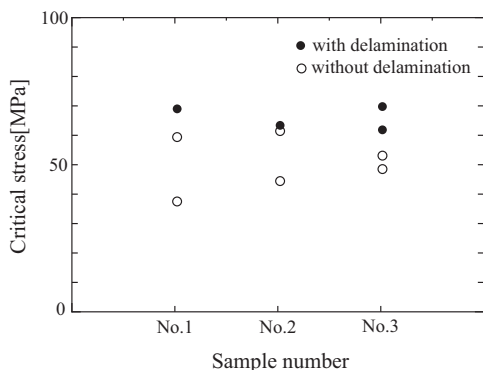


Fig. 9 Critical stress of when delamination occurred.

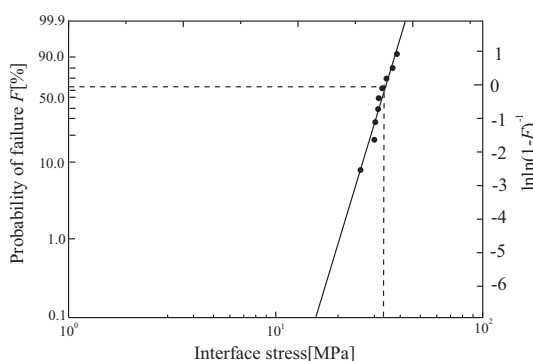


Fig. 11 Adhesion strength of Weibull distribution by peel test.

計算を実行し、逆解析に用いる伝達関数の計算を行った。全解析時間を $0.7\mu\text{s}$ 、時間増分を $\Delta t = 1.367\text{ns}$ 、要素数、節点数は薄膜が 364 要素、2912 節点、基板が 380 要素、3040 節点とし、物体の表面を 8 節点 2 次非適合要素を用いて解析した。なお、本解析では対称性を考慮した離散化⁽¹²⁾を行っており、Fig.6 の x 軸および y 軸と直交する対称面については要素分割を行っていない。

6.2. 数値解析結果

Fig.5 に示される試験片裏面の面外変位応答から、試験片表面の直径 2mm の円径領域に作用する圧力を同定した結果を Fig.7 に示す。グラフには、適切化を施さず求めた結果を破線で、適切化を施した結果を実線にて示している。数値 Laplace 逆変換に特有の高周波振動が残存しているものの、適切化法の導入により、変位応答に含まれるノイズの影響は十分に取り除かれているといえる。

逆解析により算出された入力荷重履歴から界面における応力応答を求めた結果を Fig.8 に示す。なお、今回の解析では、数値 Laplace 逆変換に伴って時間後半に拡大されるリングングノイズの影響をできる限り小さくするため、解析時間を長めに設定し、時間前半部に及ぼすノイズの影響が相対的に小さくなるよう配慮した。また、数値 Laplace 逆変換における高周波ノイズを取り除くために、Laplace 像空間上の数値解に対し、高周波成分の零うめによるフィルタ処理を行った⁽¹³⁾。本論文におけるフィルタ処理は、365 MHz 以上の帯

域の周波数成分をカットしたことに相当する。

Fig.8 に示されるように、応力の履歴は複雑に振動しており、このデータのみからはどの時刻で剥離が発生したのかを把握することは難しい。本来は高速度撮影などを併用して、剥離が生じた時刻を特定することが望ましいが、今回の Ti 薄膜は不透明であり、剥離がどの時刻で発生したかをリアルタイムの測定により判断することは困難であった。

そこで、今回測定したデータ群より、剥離が生じなかった場合の界面応力の時刻歴より、剥離が発生しない上限の応力値を求めた。この上限の応力は試験片ごとに異なり、試験片 No.1 では 59.4MPa、試験片 No.2 では 62.2MPa、試験片 No.3 では 53.1MPa であった。これら剥離が発生しない応力の上限値を基準とし、剥離が発生した場合の応力履歴のピーク値のなかでこれらの上限応力を上回る値を剥離が発生した臨界応力、すなわち界面強度と判定することとした。各試験片における剥離の有無と界面応力の関係を Fig.9 に示す。

Fig.9 において各試験片で剥離を生じる応力値に差異が見られたため、これらを統計的に評価するためにワイブル分布を用いて密着強度を算出した結果を Fig.10 に示す。ワイブル分布では累積破壊確率が 63.2%となる際の応力値が平均的な破壊強度となるため、Ti/Al 薄膜の密着強度は 68.3MPa となる。

次にレーザースポレーション法との比較のため実施した引張法による密着強度の測定結果について示す。この方法で

は、試験片にスタッドピンを接着した後、ピンに引張荷重を与えて膜を引き剥がすことによって膜の密着強度を求める。測定装置には Quad 社製、ロミュラス SPOP を使用した。

Fig.11 に引張法により得られた密着強度のデータをワイブルプロットとして整理した結果を示す。累積破壊率 63.2% の密着強度は 32.8MPa となり、先程レーザースポレーション法により見積もられた密着強度の 68.3MPa より低く、半分程度の値であることがわかる。スタッドピンを用いる場合、底面が円形のピンと薄膜が接着されているが、引き剥がしの際にピンの淵部分で応力集中が生じてしまう。密着強度はあくまで接着部分の平均応力として見積もられることから、引張法で測定される密着強度は概して低めに見積もられる傾向にある。さらには、スタッドピンが試験片に対して少しでも傾いて接着されていると、接着部分にモーメントが作用し、本来よりも低い荷重で剥離が生じてしまうといった問題がある。以上の点を考慮すると、レーザースポレーション法で得られた密着強度が、引張法で得られた値の 2 倍程度という今回の結果は、十分に妥当な結果であると判断できる。

7. 結 論

本論文では、Al 合金基材と Ti 薄膜の界面密着強度を評価することを目的とし、レーザー超音波を用いた膜剥離試験を実施した。剥離が生じた際の薄膜の裏面の変位応答から接合界面の応力応答を逆解析により同定する手法に対し適切化法を適用し、数値解の安定化を図るとともに、実際の実験結果をもとに密着強度の評価を行った。以下に結果を総括する。

1. 試験片裏面の変位履歴データより逆解析によって基材上面に作用する入力荷重を算出した。階数低下法を用いることで数値解を安定化させることができ、高い精度の入力荷重ならびに界面応力の同定が可能となることを示した。
2. レーザースポレーション法で得られた Al 合金基材と Ti 薄膜の密着強度は 68.3MPa となり、引張法で得られた界面密着強度の値の約 2 倍であった。これは測定方法の差異を考慮しても、概ね妥当な結果であると判断された。
3. 本論文で得られた密着強度データは、既報の結果に比べてより信頼性の高いデータであると考えられるが、剥離発生時点の時刻の同定が難しいため、判定された応力値が果たして正しい密着強度を示しているか否か、疑問が残るところである。今後は試験片に別途センサーを貼り付けるなどの方法により、界面剥離が発生した時刻をモニタリングし、剥離発生時における界面上の応力をより正確に見積もる必要がある。

- (1) R. Ikeda, T. Uchiyama, H. Cho, T. Ogawa and M. Take-moto, An advanced method for measuring the residual stress of deposited film utilizing laser spallation technique, *Journal of Science and Technology of Advanced Material*, Vol.7, No.1, (2006), pp.90-96.
- (2) 池田隆二, 内山友成, 小川武志, 竹本幹男, レーザースポレーション法を利用したダイヤモンド膜の圧縮残留応力評価, 日本機械学会 2005 年度年次大会講演論文集 (1), No.05-1, (2005), pp.681-682.
- (3) 荒井政大, 林 久志, 三宅達也, 長 秀雄, レーザー超音波を用いた薄膜 - 基材界面き裂の破壊靱性値評価, 日本機械学会論文集 (A), Vol.77, No.773, (2011), pp.116-125.
- (4) 荒井政大, 林 久志, 三宅達也, 長 秀雄, 内山友成, レーザー超音波を用いた薄膜の密着強度評価に関する境界要素解析, 計算数理工学論文集, Vol.9, (2009), pp.25-30
- (5) 岸本喜久雄, 井上裕嗣, 新保英男, 渋谷寿一, 熱弾性応力測定における主応力分離に関する逆問題解析, 日本機械学会論文集 (A), Vol.62, No.597, (1996), pp.1204-1211.
- (6) 久保 司郎, 桑山 真二郎, 大路 清嗣, ラプラス場における境界値逆問題の数値解析の数理的構造解明と適切化, 日本機械学会論文集 (A) Vol.61, No.581, (1995), pp.169-176.
- (7) Hirotsugu Inoue, Toshikazu Shibuya, Takashi Koizumi and Junichi Fukuchi, Measurement of Impact Force Applied to a Plate by the Deconvolution Method, *Transactions of the JSNDI*, Vol.2, (1989), pp.74-83.
- (8) 井上裕嗣, 岸本喜久雄, 渋谷寿一, 小泉 堯, 逆解析による衝撃荷重の推定, 日本機械学会論文集 (A), Vol.57, No.543, (1991), pp.2727-2734.
- (9) W. Krings, H. Waller, Contribution to the numerical treatment of partial differential equations with the Laplace transformation-an application of the algorithm of the Fast Fourier transformation, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol.14, (1979), pp.1183-1196.
- (10) Masahiro Arai, Tadaharu Adachi and Hiroyuki Matsumoto, Boundary Element Analysis for Unsteady Elastodynamic Problems Based on the Laplace Transform, *JSME International Journal*, Ser.A, Vol.42, No.4, (1999), pp.507-514.
- (11) D. J. Wilcox, Numerical Laplace Transformation and Inversion, *International Journal of Electrical Engineering Education*, Vol.15, (1978), pp.247-265.
- (12) 結城良治, 木須博行, 境界要素法による弾性解析, (1987), 培風館, pp.165-170.
- (13) 荒井政大, 足立忠晴, 須藤秀和, 松本浩之, 衝撃を受けるはりの境界条件の同定 (Laplace 変換法を併用した境界要素法による解析法), 日本機械学会論文集 (A), Vol.62, No.593, (1996), pp.226-233.