

不規則に dangling bond を含む誘電体ハニカム型ボンド構造内でのレーザー発振現象の有限要素解析

FINITE ELEMENT ANALYSIS FOR LASER ACTION IN HONEYCOMB PHOTONIC CRYSTALS WITH RANDOM DANGLING BONDS

藤井 雅留太¹⁾, 松田 仁²⁾, 松本 敏郎³⁾, 高橋 徹⁴⁾, 山田 崇恭⁵⁾, 植田 毅⁶⁾

Garuda FUJII, Hitoshi MATSUDA, Toshiro MATSUMOTO, Toru TAKAHASHI, Takayuki YAMADA, and Tsuyoshi UETA

- | | | | |
|--------------------|-------------|------------------|--|
| 1) 名古屋大学大学院工学研究科 | (〒 464-8603 | 名古屋市千種区不老町, | E-mail: g_fujii@nuem.nagoya-u.ac.jp) |
| 2) 名古屋大学大学院工学研究科 | (〒 464-8603 | 名古屋市千種区不老町, | E-mail: h_matsuda@nuem.nagoya-u.ac.jp) |
| 3) 名古屋大学大学院工学研究科 | (〒 464-8603 | 名古屋市千種区不老町, | E-mail: t.matsumoto@nuem.nagoya-u.ac.jp) |
| 4) 名古屋大学大学院工学研究科 | (〒 464-8603 | 名古屋市千種区不老町, | E-mail: ttaka@nuem.nagoya-u.ac.jp) |
| 5) 名古屋大学大学院工学研究科 | (〒 464-8603 | 名古屋市千種区不老町, | E-mail: yamada@nuem.nagoya-u.ac.jp) |
| 6) 東京慈恵会医科大学物理学研究室 | (〒 182-8570 | 東京都調布市国領町 8-3-1, | E-mail: tsuyoshi_ueta@jikei.ac.jp) |

This paper presents finite element analyses of laser action in honeycomb structures with randomly positioned dangling bonds for the first time. Lasing phenomena in honeycomb photonic crystals with random dangling bonds and that without dangling bonds are simulated. Population inversion of optically active medium, introduced to hexagonal hollows of honeycomb structures, is modeled by negative imaginary part of relative permittivity. The ratio of radiative power of amplified light waves and that of non-amplified light waves are computed as amplification factor. In order to compare properties of those lasing phenomena each other, distributions of electric field amplitudes of lasing states and radiation directions are investigated. Giant amplifications of the energy of light waves flowing out from the systems, that is, lasing phenomena are observed in both structures. Random lasing phenomena occur in honeycomb photonic crystals with random dangling bonds.

Key Words: Random Laser, Honeycomb Structure, Random Dangling Bond, FEM

1. はじめに

フォトニック結晶^(1, 2)を共振器として用いたフォトニック結晶レーザーはバンド端周波数で光の群速度が零になることを利用し, 発振閾値の小さいレーザー発振を起こすことが可能である. 一方で誘電体不規則構造内でのレーザー発振はランダムレーザー^(3, 4)と呼ばれ, 広い周波数帯でのレーザー発振, 広角への発光等, 特徴的な性能を有している. ランダムレーザーは誘電体不規則構造内でのフィードバック機構, 例えば多重散乱と干渉効果により起こる光のアンダーソン局在やコヒーレント後方散乱によって起こり得る. ランダムレーザーの先行研究は2次元の場合は誘電体ロッド, 3次元の場合は誘電体の粒子によって構成される結晶構造内でのレーザー発振に関する研究が多くを占めている. これらの先行研究では誘電体の位置, サイズ, 誘電率, 形など, 様々な種類の不規則さを含む

誘電体構造内でのレーザー発振を対象としている.

誘電体不規則構造を扱った研究の一つに Florescu らによるハニカム構造 (ハニカムネットワーク) 内の誘電体の壁 (誘電体リンク) を不規則に取り除いた構造のバンド構造に関する研究がある⁽⁵⁾. この構造はハニカム構造内の隣り合う六角形中空部分の間の誘電体リンクを取り去り, 不規則に中空部分を連結した構造であり, これまで研究されてきた不規則構造の不規則さとは異なる新しい不規則構造である. このようなハニカム構造内に不規則に dangling bond を含む系内ではランダムレーズングが起こる可能性があるが, それに関する研究はまだ見あたらない. そこで, 本研究では不規則に dangling bond を含んだハニカム構造内で起こる TM モードでのレーザー発振の解析を有限要素法を用いて行った. また, 比較対象として通常のハニカム構造内と全てのリンクを取り除いた構造内で起こるレーザー発振も解析した.

2. 解析モデル

本研究で解析したハニカムフォトニック結晶の解析モデルを Fig. 1 に示す. 中心から半径方向に 10 周期 ($10a$) を有し, ハニカムの六角形中空部分の総数は 331, 取り除くことができる誘電体リンクの総数は 930 である. 取り除かれる誘電体リンクの形状は直方体であり, Fig. 1 の拡大図内に着色された直方体として示す. 中空部分の中心から誘電体リンクへの最短距離 L_H は Fig. 1 の拡大図内の着色された三角形内で誘電体充填率が 30% となるように決めた ($L_H = 0.36228a$). 構造の中心から外向きのベクトルと x 軸との方向のなす角度を θ とし, 反時計回りを正とする. 解析モデルを作成するために必要となるパラメータを Table 1 に示す. 光学利得媒質を充填する六角形中空部分の領域を Ω_{act} , 誘電体によるハニカム構造の領域を Ω_d , ハニカム構造外の開領域を Ω_{out} と定義する. 本研究では開領域での散乱を解析するため PML 吸収境界条件⁽⁶⁾ を実装し, ヘルムホルツ方程式に対して最適化された吸収関数⁽⁷⁾ を用いる.

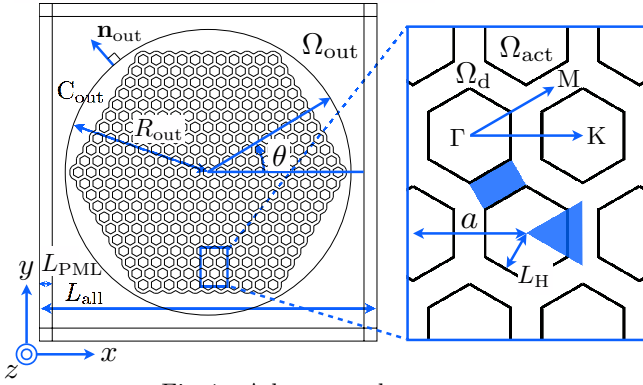


Fig. 1 A honeycomb structure.

Table 1 Parameters to create analysis models.

Parameter	意味	Value
a	周期長 (代表長)	1
f	誘電体充填率	0.3
R_{out}	円 C_{out} の半径	$11a$
L_{all}	解析モデル全体の幅	$26a$
L_{PML}	PML 層の幅	a

dangling bond を含む解析モデルの 1 つを Fig. 2(a) に示す. 本研究では取り除く誘電体リンクが異なる 5 つの解析モデルで計算を行い, 得られた結果が共通の現象であるか確認を行っている. 取り除く誘電体リンクの数は試験的に 100 とする. 取り除くリンクは 2 つの整数 (I_H, I_L) ($1 \leq I_H \leq 331, 1 \leq I_L \leq 6$) を用いて決定する. Fig. 1 のハニカム構造内の最上段左端の六角形中空部分に整数 $I_H = 1$ を振り, 整数 I_H を左から右へ 1 ずつ増加させながら各中空部に振っていく. その後, 最上段右端の中空部に与えられた I_H に 1 を加えた整数を上から 2 段目の左端の中空部に与え, 2 段目の右端の中空部まで同

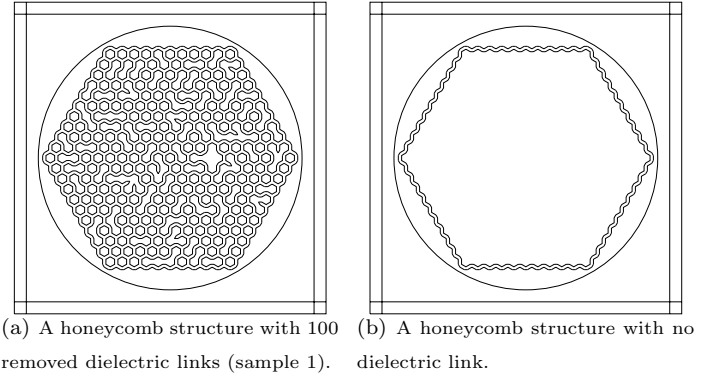


Fig. 2 A honeycomb structure with removed dielectric links (sample 1).

様の手順で整数を振っていく. この作業を繰り返し, 最下段右端の六角形の中空部分には整数 $I_H = 331$ が振られる. 整数 I_H が振られた六角中空部を囲む誘電体リンクに, 中空部中心から右上の誘電体リンクから時計回りに整数 I_L を振る. このようにして, 2 つの整数 (I_H, I_L) の組み合わせにより, 取り除く誘電体リンクを決定する. ただし, 決定された誘電体リンクが既に取り除かれていた場合は取り除かれた誘電体リンクとしては数えず, 再び整数 I_H, I_L を決め直す. また, 六角形の中空部分に光学利得媒質を充填することを想定し, 一番外のリックは取り除かないものとする. さらに, リックを取り除いた結果, ハニカム構造から完全に独立した誘電体が生じた場合, その誘電体は取り除くこととする. I_H, I_L は rand 関数 (0 から 1 の間の正規分布疑似乱数を生成する Fortran 関数) により以下のように決定する.

$$[I_H, I_L] = [\text{Int}(331 * R_H + 1), \text{Int}(6 * R_L + 1)] \quad (1)$$

ここで, R_H, R_L は rand 関数によって生成される疑似乱数, $\text{Int}(R)$ は実数 R の整数部を意味する. ただし, $I_H = 332, I_L = 7$ となった場合は再度乱数を生成する. 本研究では不規則な構造内でのレーザ発振を解析対象とするため, 複数のモデルを解析し共通の現象を確認する必要がある. rand 関数に与える種を変更することで, 式 (1) において異なる乱数 R_H, R_L を発生させ, 取り除かれた誘電体リンクの配置が異なるハニカム構造を作成することができる. 本研究では誘電体リンクの配置が異なる 5 つのハニカム構造を解析する.

Fig. 3 に本研究で用いた解析モデルの有限要素分割を示す. 節点間距離が周期長をおよそ 40 分割する程度の要素分割モデルを用いた. また, Figs. 1, 2(a), 2(b) に示される解析モデルの節点数はそれぞれ 1042498, 1050868, 884917, 要素数はそれぞれ 2073954, 2090694, 1758792 である.

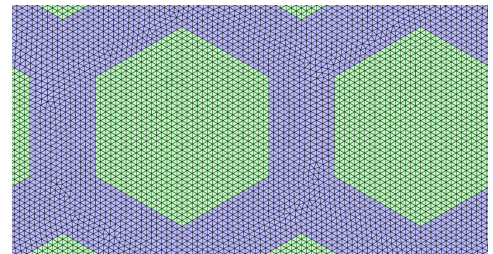


Fig. 3 Finite elements.

3. 電磁波散乱問題の基礎式

本研究では電磁場の調和振動を仮定し、TMモードでの解析を行った。系の中心 \mathbf{r}_0 に光源として角周波数 ω で振動する分極を仮定し、系の外への放射パワーを計算した。マクスウェル方程式から、位置 $\mathbf{r} = (x, y)$ の電場 $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ に関する以下の方程式を導出することができる。

$$\nabla \times [\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r})] - \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon(\mathbf{r}) \mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{\omega^2}{\epsilon_0 c^2} \mathbf{D}_d \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0), \quad (2)$$

ここで、 $\epsilon(\mathbf{r})$ は比誘電率、 \mathbf{D}_d は分極ベクトル、 c は真空中の光速、 ϵ_0 は真空中の誘電率、 $\delta(\mathbf{r})$ はディラックのデルタ関数である。

電場 $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ は場における全ての電場の重ね合わせであるため、散乱体が無い場合の電場 $\mathbf{E}_i(\mathbf{r})$ と散乱によって生じる電場 $\mathbf{E}_s(\mathbf{r})$ の和の形で電場 $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ を以下のように表す。

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_s(\mathbf{r}) + \mathbf{E}_i(\mathbf{r}), \quad (3)$$

ここで、 $\mathbf{E}_i(\mathbf{r})$ は誘電体が無い場での電場であるため、以下の方程式を満たす。

$$\nabla \times [\nabla \times \mathbf{E}_i(\mathbf{r})] - \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_{\text{out}} \mathbf{E}_i(\mathbf{r}) = \frac{\omega^2}{\epsilon_0 c^2} \mathbf{D}_d \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0), \quad (4)$$

ここで ϵ_{out} は開領域 Ω_{out} の比誘電率であり定数である。

本研究では電場 $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ が z 方向成分をもつ TM モード、 $\mathbf{E}(\mathbf{r}) = [0, 0, E_z(\mathbf{r})]^T$ 、について数値解析を行った。TMモードの場合、式(2)の \mathbf{D}_d も同様に z 成分をもつ $\mathbf{D}_d = (0, 0, D_z)^T$ で表される。このとき方程式(4)を満たすグリーン関数は以下のように表される。

$$\mathbf{E}_i(\mathbf{r}) = \frac{\omega^2}{\epsilon_0 c^2} \mathbf{D}_d \frac{i}{4} H_0^{(1)} \left(\frac{\omega}{c} \sqrt{\epsilon_{\text{out}}} |\mathbf{r} - \mathbf{r}_0| \right), \quad (5)$$

ここで、 i は虚数単位、 $H_0^{(1)}$ は0次の第1種ハンケル関数である。式(3)を式(2)に代入し、さらに式(4)を代入することにより以下の散乱波 $\mathbf{E}_s(\mathbf{r})$ と光源からの光波 $\mathbf{E}_i(\mathbf{r})$ の関係式を導くことができる。

$$\nabla \times [\nabla \times \mathbf{E}_s(\mathbf{r})] - \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon(\mathbf{r}) \mathbf{E}_s(\mathbf{r}) = \frac{\omega^2}{c^2} [\epsilon(\mathbf{r}) - \epsilon_{\text{out}}] \mathbf{E}_i(\mathbf{r}). \quad (6)$$

上記の方程式から $\mathbf{E}_s(\mathbf{r})$ を求め、式(3)に代入することで電場 $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ を求める。

3.1. 光学利得媒質の反転分布と比誘電率

光学利得媒質の反転分布密度は比誘電率の負の虚部でモデル化することができる。本研究ではハニカム構造内の六角形中空部分を利得媒質で満たした系を想定し、Fig. 1の拡大図の領域 Ω_{act} の比誘電率に負の虚部 $-\gamma$ ($\gamma > 0$) を与える。ハニカム構造内の中空部分の領域 Ω_{act} 、誘電体領域 Ω_d 、開領域 Ω_{out} の比誘電率は以下のように与える。

$$\epsilon(\mathbf{r}) = \begin{cases} 1.0 + i(-\gamma) & \mathbf{r} \in \Omega_{\text{act}} \\ 4.0 & \mathbf{r} \in \Omega_d \\ 1.0 & \mathbf{r} \in \Omega_{\text{out}} \end{cases}. \quad (7)$$

ここで、パラメータ γ は光学利得媒質の反転分布密度と比例関係にあるため、小さい γ で起こるレーザ発振は発振閾値の

低いレーザ発振、つまり利得媒質の反転分布密度が小さくとも発振可能なレーザ発振である。

3.2. 計算すべき物理量

本研究ではレーザ発振をシミュレートするために系外へ流出する光の放射パワーの増幅を計算する。電場と磁場の調和振動を仮定しているため、ポインティングベクトルは時間平均した以下の形で求める。

$$\langle \mathbf{S} \rangle = \text{Re} \left(\frac{\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*}{2} \right).$$

利得媒質による光増幅のある場合 ($\gamma > 0$) と光増幅の無い場合 ($\gamma = 0$) の系の外への放射パワーの比を増幅率 A とし、以下のように定義する。

$$A = \frac{\int_{C_{\text{out}}} \langle \mathbf{S} \rangle \cdot \mathbf{n}_{\text{out}} dl |_{\gamma > 0}}{\int_{C_{\text{out}}} \langle \mathbf{S} \rangle \cdot \mathbf{n}_{\text{out}} dl |_{\gamma = 0}}. \quad (8)$$

ここで、 C_{out} は Fig. 1 に示されているハニカム構造全体を囲む円、 \mathbf{n}_{out} は円 C_{out} に対する外向き単位法線ベクトルである。この増幅率は系内の利得媒質が励起された場合に系外へ流出する光のエネルギーの増幅率を表している。

4. 計算結果

4.1. レーザ発振周波数の特定

ハニカム構造内、dangling bond を不規則に含む構造内、全ての誘電体リンクを取り除いた構造内でのレーザ発振の発振周波数を調べる。無次元化周波数 $0.1 \leq \omega a/2\pi c \leq 1.0$ の範囲において、反転分布密度に比例する γ を 0.002, 0.005, 0.010 に固定して増幅率 A を計算し、結果を Fig. 4 に示す。

ハニカム構造内では $\gamma = 0.002$ において $0.790 \leq \omega a/2\pi c \leq 0.820$ の範囲で他の周波数域に比べ増幅率が大きくなっている。Fig. 5 に平面波展開法で計算されたハニカム構造のバンド構造と $\Gamma-K$ 間において低周波数側から 3, 4, 5 番目のバンドの単位格子内での電場強度分布を示す。Fig. 4 の発振周波数と Fig. 5 のバンド図を比較すると、5 番目のバンドがそれぞれ $M-\Gamma$, $\Gamma-K$ 方向において $\omega a/2\pi c = 0.80$ 付近でバンド端になっており、群速度が零になっている。また、本

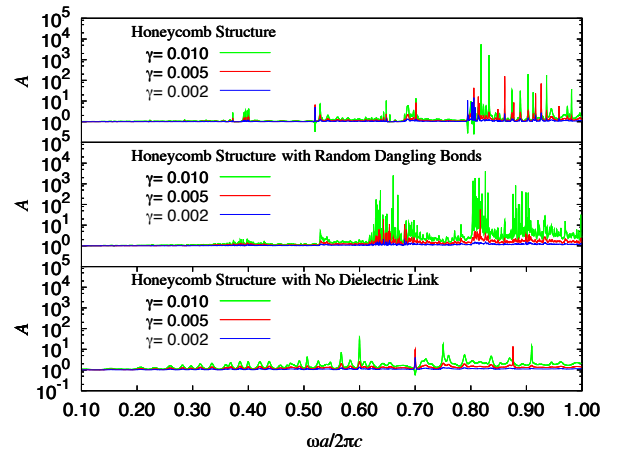


Fig. 4 Spectrum of the amplification factor in the range $0.1 \leq \omega a/2\pi c \leq 1.0$ for $\gamma = 0.002, 0.005$, and 0.010 . The number of computation points are 10001 for $\omega a/2\pi c$ axis.

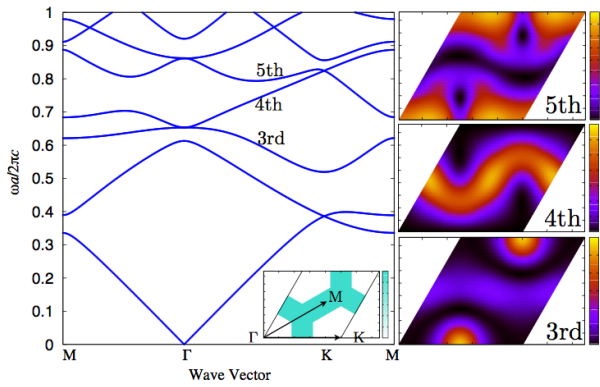


Fig. 5 The band structure of the honeycomb structure and the distributions of electric field intensity, in a unit cell, of 3rd, 4th, and 5th lowest bands on wave vector $\mathbf{k} = (\pi/3a, 0)$.

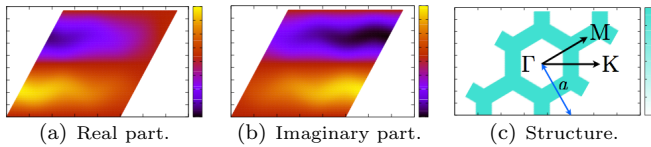


Fig. 6 Anti-symmetrical electric field distributions of 4th band on wave vector $\mathbf{k} = (\pi/3a, 0)$ with respect to the Γ -K direction. The number of expanded plane waves is 10201.

研究ではハニカム構造の六角形中空部分を利得媒質で満たした系を想定しており、5番目のバンドの単位格子内の電場強度はその中空部分で高くなっている。これらの結果から、5番目のバンドが励起されて Fig. 4 で示されるように発振を起していると考えられる。

光増幅が無い系 ($\gamma = 0$) においては保存則が成り立つため、光源を囲む微小円上での放射パワーと円 C_{out} 上での放射パワーは等しくなるが、周波数帯 $0.648 \leq \omega a/2\pi c \leq 0.680$ では保存則が成り立っていない。4番目のバンドが Γ -K 方向の伝搬において非結合モードであり、また Γ -L 方向 (L は K-M 間の点) の伝搬において、伝搬方向を軸として非対称な電場の分布となり、それらによって上記の周波数帯においては Fig. 4 の最上段のハニカム構造内での増幅率の計算精度が大きく低下している。 Γ -M 方向の透過が見られないことは、その方向に節点が整然と並んでいないため、厳密に Γ -M 方向を有限要素分割で表現できていないことが原因であると考えられる。4番目のバンドの Γ -K 方向を軸として反対称な電場の実部と虚部の分布を Fig. 6 に示す。

一方で不規則に dangling bond を含むハニカム構造では $\gamma = 0.002$ においては目立った光増幅は見られない。しかし、 $\gamma = 0.005$ では $0.625 \leq \omega a/2\pi c \leq 0.695$ および $0.800 \leq \omega a/2\pi c \leq 0.835$ においては他の周波数域に比べ増幅率が大きくなっている。すべての誘電体リンクを取り除いたモデルの解析ではいくつかの増幅率のピークは見られるものの、顕著なレーザ発振は観察されなかった。

これらの結果から、ハニカム構造では $0.790 \leq \omega a/2\pi c \leq 0.820$ 、不規則に dangling bond を含むハニカム構造においては $0.625 \leq \omega a/2\pi c \leq 0.695$ および $0.800 \leq \omega a/2\pi c \leq 0.835$ の範囲において詳細な解析を行う。

4.2. ハニカム構造内でのレーザ発振解析

まず、ハニカム構造内でのレーザ発振の数値解析を行った。利得媒質は均一に励起されていると仮定し、 γ は領域 Ω_{act} 内において定数とした。

Fig. 7 に計算された増幅率 A を無次元等周波数 $\omega a/2\pi c$ とパラメータ γ の関数としてプロットする。増幅率のピークの数 は 43 であり、それらはレーザ発振が起っていることを表している。レーザ発振が起っている最小の γ の値は $\gamma = 0.00150$ である。最も小さい 2 つの γ の値で起っているレーザ発振における電場振幅分布、光の放射方向をそれぞれ Figs. 8, 9 に示す。 Fig. 8 は各節点上での電場振幅を円 C_{out} 上での入射電場振幅で無次元した値、 $|\mathbf{E}|/|\mathbf{E}|_{C_{\text{out}}}$ をプロットしている。 Fig. 9 では角度方向に放射角 θ 、半径方向

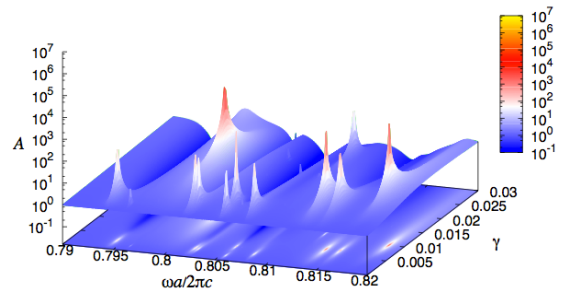


Fig. 7 Amplification factor computed in the honeycomb model for the range $0.790 \leq \omega a/2\pi c \leq 0.820$ and $0.00 \leq \gamma \leq 0.03$. The numbers of computation points are 501 and 201 for $\omega a/2\pi c$ and γ axes, respectively.

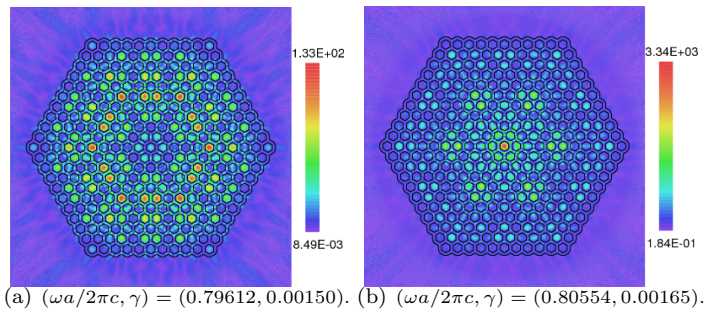


Fig. 8 Electric amplitude distributions of lasing states of lowest two thresholds in honeycomb structures in the range $0.790 \leq \omega a/2\pi c \leq 0.820$.

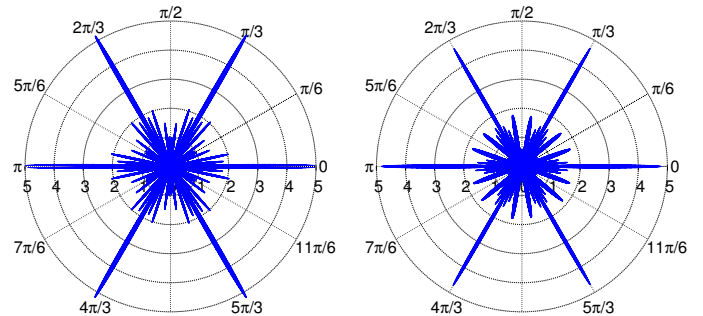


Fig. 9 Polar plots of radiation directions of lasing states of lowest two thresholds in honeycomb structures in the range $0.790 \leq \omega a/2\pi c \leq 0.820$.

に以下で定義される値 A_θ をプロットした.

$$A_\theta = \frac{\int_{C_{\text{out}}^\theta} \langle \mathbf{S} \rangle \cdot \mathbf{n}_{\text{out}}^\theta dl / L_{\text{out}}^\theta}{\int_{C_{\text{out}}} \langle \mathbf{S} \rangle \cdot \mathbf{n}_{\text{out}} dl / 2\pi R_{\text{out}}}. \quad (9)$$

ここで, C_{out}^θ はハニカム構造の中心から θ 方向にある円 C_{out} 上の有限要素の一边であり, $\mathbf{n}_{\text{out}}^\theta$ はその一边に対する外向き単位法線ベクトル, L_{out}^θ はその一边の長さ, $2\pi R_{\text{out}}$ は円 C_{out} の円周の長さを表している. つまり A_θ は微小線分 C_{out}^θ 上を通過する単位長さあたりの放射パワーと, 円 C_{out} 全体を通過する単位長さあたりの放射パワーの比を表している. 電場振幅分布から発振閾値の小さいレーザー発振状態ではいずれの発振においても, ハニカムの中空部分での電場振幅が大きくなっていることが確認できる. 放射方向に関しては特定の方向に強く放射する発振が確認できる.

4.3. 不規則に dangling bond を含むハニカム構造内でのレーザー発振解析

次に不規則に dangling bond を含むハニカム構造内でのレーザー発振を解析する. 図の見方は前小節と同様である.

Figs. 10, 11 に不規則に dangling bond を含むハニカム構造のモデルにおいて得られた増幅率 A を示す. 幅広い周波数帯で数多くの発振ピークを持つランダムレーザーの特徴が現れている.

発振ピークが起こる最小の γ の値は発振が起こる反転布密度, つまり発振閾値を示しており, $0.625 \leq \omega a/2\pi c \leq 0.695$

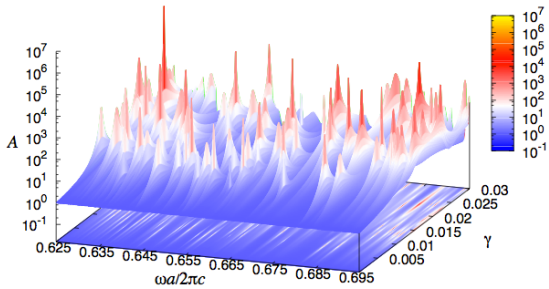


Fig. 10 Amplification factor, for the range $0.625 \leq \omega a/2\pi c \leq 0.695$, computed in the honeycomb structure with random dangling bonds. The numbers of computation points are 1001 and 201 for $\omega a/2\pi c$ and γ axes, respectively.

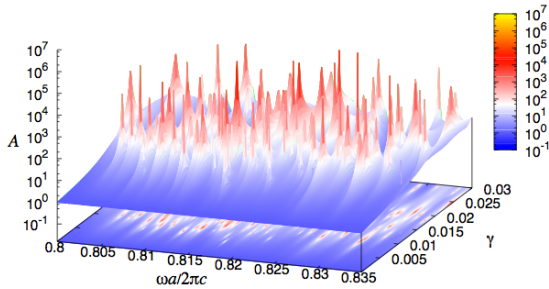


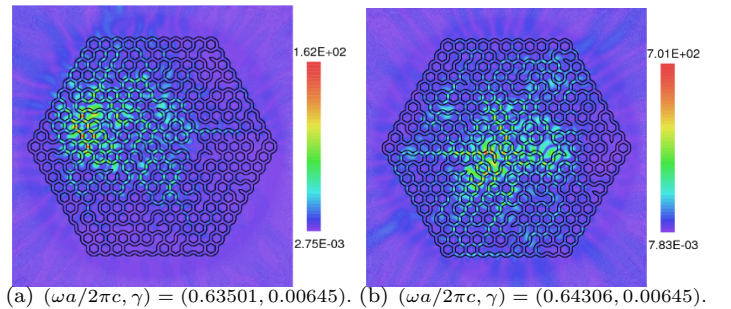
Fig. 11 Amplification factor, for the range $0.800 \leq \omega a/2\pi c \leq 0.835$, computed in the honeycomb structure with random dangling bonds. The numbers of computation points are 501 and 201 for $\omega a/2\pi c$ and γ axes, respectively.

Table 2 Average, minimum, and maximum values of minimum γ in five models.

発振周波数帯	平均値	最小値	最大値
$0.625 \leq \omega a/2\pi c \leq 0.695$	0.00585	0.00450	0.00735
$0.800 \leq \omega a/2\pi c \leq 0.835$	0.00534	0.00510	0.00555

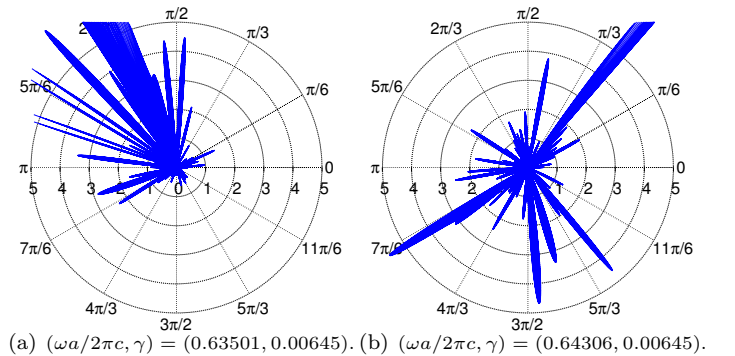
で $\gamma = 0.00645$, $0.800 \leq \omega a/2\pi c \leq 0.835$ では $\gamma = 0.00510$ である. 取り除かれた誘電体リンクの配置が異なる5つのハニカム構造内でレーザー発振が起こる最小の γ の平均値, 最小値, 最大値を Table 2 に記す. これらの γ の値から誘電体ロッドで構成される2次元不規則構造のロッド間の空間を利得媒質で満たした系でのレーザー発振の閾値 ($0.001 \leq \gamma \leq 0.003$) (8) と比較すると閾値が高い発振であることが確認できる.

Figs. 12, 13 に周波数 $0.625 \leq \omega a/2\pi c \leq 0.695$ での2つの最小閾値レーザー発振状態の電場振幅分布と放射方向をそれぞれ示す. また, Figs. 14, 15 に周波数 $0.800 \leq \omega a/2\pi c \leq 0.835$ での2つの最小閾値レーザー発振状態の電場振幅分布と放射方向をそれぞれ示す. 2つの発振周波数における電場振幅分布を比較すると, 周波数 $0.800 \leq \omega a/2\pi c \leq 0.835$ ではハニカム構造の六角形の中空部内で電場振幅が大きくなっており, それに対して周波数 $0.625 \leq \omega a/2\pi c \leq 0.695$ では誘電体リンクの中で電場振幅が高くなっていることが確認できる. 上記の電場振幅分布の特徴はそれぞれ Fig. 5 の5番目と4番目のバンドの単位格子内の電場強度分布の特徴と共通して



(a) $(\omega a/2\pi c, \gamma) = (0.63501, 0.00645)$. (b) $(\omega a/2\pi c, \gamma) = (0.64306, 0.00645)$.

Fig. 12 Electric amplitude distributions of lasing states of lowest two thresholds in the honeycomb structure with random dangling bonds in the range $0.625 \leq \omega a/2\pi c \leq 0.695$.



(a) $(\omega a/2\pi c, \gamma) = (0.63501, 0.00645)$. (b) $(\omega a/2\pi c, \gamma) = (0.64306, 0.00645)$.

Fig. 13 Polar plots of radiation directions of lasing states of lowest two thresholds in the honeycomb structure with random dangling bonds in the range $0.625 \leq \omega a/2\pi c \leq 0.695$.

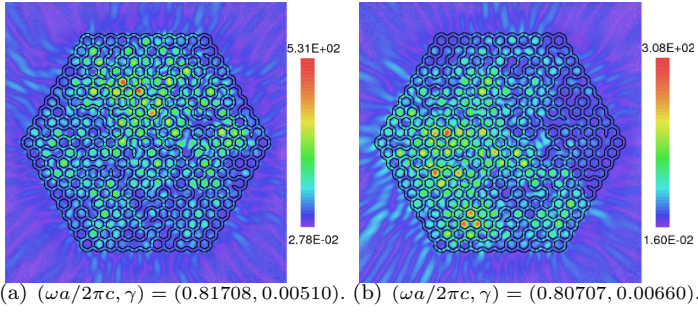


Fig. 14 Electric amplitude distributions of lasing states of lowest two thresholds in the honeycomb structure with random dangling bonds in the range $0.800 \leq \omega a/2\pi c \leq 0.835$.

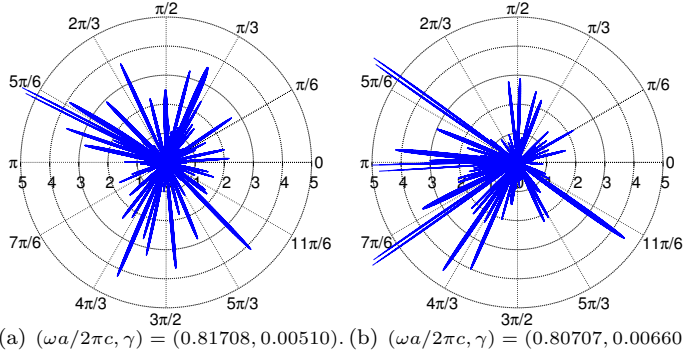


Fig. 15 Polar plots of radiation directions of lasing states of lowest two thresholds in the honeycomb structure with random dangling bonds in the range $0.800 \leq \omega a/2\pi c \leq 0.835$.

おり、このような構造内の光の分布からハニカム構造の影響が dangling bond を含んだ構造でも残っていると考えられる。特に周波数 $0.625 \leq \omega a/2\pi c \leq 0.695$ では、不規則に誘電体リンクを取り除くことにより、Fig. 5 の 4 番目のバンドが励起されてレーザー発振を起こしている。同様な結果は取り除かれた誘電体リンクの配置が異なる他の 4 つのハニカム構造内でのレーザー発振の結果においても共通に見られた。

5. 発振閾値および 3 次元解析に対する考察

本研究で解析した不規則に dangling bond を含むハニカム構造内でのランダムレージングは前述の通り、従来の誘電体ロッドで構成される誘電体不規則構造のロッド間の空間を利得媒質で満たした系内でのレーザー発振⁽⁸⁾と比較すると閾値が高くなる。その原因として、まず、ハニカム構造から取り除かれた誘電体リンクの数が十分でないため、誘電体構造が十分に不規則になっておらず、系内での不規則な多重散乱が不十分であることが考えられる。我々の先行研究では周期系から不規則系への遷移過程において系内でおこるレーザー発振閾値が上がるのが明らかになっており、本解析でも電場振幅分布にはハニカム構造の影響が強くのこっていることが確認できる。次に、ハニカム構造の誘電体リンクによって光学利得媒質内での連続的な散乱が妨げられることが考えられる。誘電体ロッドで構成される誘電体不規則構造のロッド間の空間を利得媒質で満たした系では利得媒質が満たす領域がすべて連続的につながっているため、光学利得媒質内での連続的な散乱が可能であるのに対し、ハニカム構造などのポーラス

構造では中空部分を利得媒質で満たすため、利得媒質が満たす領域が連続的につながっていない。しかし、これらの問題は取り除く誘電体リンクの数を増やすことで同時に解決できる可能性があり、今後の課題となる。

本論文では紙面垂直方向に無限の系を考えていたが、現実のデバイスでは有限となる。垂直方向の有限性を取り入れた 3 次元モデルを解析した場合、入射光が無限に広がる空間への放射モードにより損失するため、レーザー発振の閾値は上がるものと考えられる。3 次元モデルに対する解析は今後の課題である。

6. 結言

本研究では不規則に dangling bond を含むハニカム構造内でのレーザー発振を有限要素法を用いて解析を行った。系外へ放射される光の増幅率を計算し、電場振幅分布と放射方向を調べることで、電場振幅分布に周期構造の影響が見られるものの、上記の構造内ではランダムレージングが起こっていると結論付けた。また、不規則に dangling bond を含むハニカム構造内でのレーザー発振は、従来のロッド間の空間を利得媒質で満たした系内でのレーザー発振と比較すると発振閾値が高くなるのが明らかになった。

参考文献

- (1) K. Ohtaka: Energy band of photons and low-energy photon diffraction, *Phys. Rev. B*, **19** (1979) pp. 5057–5067.
- (2) E. Yablonovitch: Inhibited spontaneous emission in solid-state physics and electronics, *Phys. Rev. Lett.*, **58** (1987) pp. 2059.
- (3) P. Sebbah and C. Vanneste: Random laser in the localized regime, *Phys. Rev. B*, **66** (2002) pp. 144202.
- (4) D. S. Wiersma: The physics and applications of random lasers, *Nature Physics*, **4** (2008) pp. 359–367.
- (5) M. Florescu, S. Torquato, and P. J. Steinhardt: Effects of random link removal on the photonic band gaps of honeycomb networks, *Appl. Phys. Lett.*, **97** (2010) pp. 201103.
- (6) J. P. Berenger: A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves, *J. Comp. Phys*, **114** (1994) pp. 185–200.
- (7) A. Bermudez, L. Hervella-Nieto, A. Prieto, and R. Rodriguez: An optimal perfectly matched layer with unbounded absorbing function for time-harmonic acoustic scattering problems, *J. Comp. Phys*, **223** (2007) pp. 469–488.
- (8) 藤井雅留太, 松本敏郎, 高橋徹, 山田崇恭, 植田毅: 誘電体ランダム配置系におけるレーザー発振の系内電場強度依存性に関する研究, *電気学会論文誌 C*, **132** (2012) (in press).