# SH波の入射を受ける連続橋・半無限地盤連成系の定常応答解析

STEADY-STATE ANALYSIS OF A PERIODIC CONTINUOUS BRIDGE SUBJECTED TO TRAVELING SH-WAVES

田村 建<sup>1)</sup>, 阿部 和久<sup>2)</sup>, 紅露 一寬<sup>3)</sup>

Takeru TAMURA, Kazuhisa ABE and Kazuhiro KORO

1) 新潟大学大学院自然科学研究科	(〒950-2181	新潟市西区五十嵐二の町 8050)	
2) 新潟大学工学部建設学科	(〒950-2181	新潟市西区五十嵐二の町 8050,	E-mail:abe@eng.niigata-u.ac.jp)
3) 新潟大学大学院自然科学研究科	(〒950-2181	新潟市西区五十嵐二の町 8050、	E-mail:kouro@eng.niigata-u.ac.jp)

Steady-state responses of a periodic continuous bridge subjected to oblique incidence of SH-waves are analyzed. By virtue of the Floquet's theorem, dynamic problems of the infinite structure are reduced to that in a unit cell. A semi-infinite soil region is represented by impedance matrices. These matrices are derived by a semi-analytical method. These strategies enable us to analyze the wave propagation in an infinite domain by the finite model. The resonant conditions are summarized in a phase space defined by the horizontal wavenumber and the circular frequency. The distribution of the resonant points is compared with the dispersion curves of the periodic structure on a rigid foundation. Influence of the stiffness of soil layers is also investigated.

*Key Words* : semi-infinite ground, periodic continuous bridge, Floquet's theorem, impedance matrix

#### 1. はじめに

近年,連続橋が道路や鉄道などにおいて広く用いられる様 になって来ている.このような一方向に長く伸びた構造物が 地震動の入射を受ける場合,その基礎や橋脚は各々異なる位 相の下で加振される恐れがある.したがって,連続橋の耐震 設計においては,入射する地震動の位相の違いを考慮するこ とが望ましい.そのため,地表面に沿って伝播する地震動が 構造物に及ぼす影響が,これまで多くの研究者により検討さ れてきた.

松野ら<sup>(1)</sup>は,バネ・質点で表現した非常にシンプルなモ デルに基づき,30 径間連続橋の位相差を伴う動的応答解析を 行った.しかし,彼らの解析モデルに関する限り,位相差が動 的応答に及ぼす影響は無視し得る程度に小さいことが結論付 けられている.一方,山田ら<sup>(2)</sup>,竹宮,甲斐<sup>(3)</sup>,Takemiya & Shimada<sup>(4)</sup>は,位相差を考慮した3径間連続橋・地盤連 成系の動的応答解析を行った.彼らは,入射波動の位相差が 基礎を含む連続橋・地盤連成系の動的応答の様子を著しく変 化させることを指摘している.

また,地震動の位相差の重要性は,2004年10月23日の 新潟県中越地震の際に再認識された.当該地震において,高 架橋上を約200km/hで走行中の新幹線が脱線した事故につ いて,森,和仁<sup>(5)</sup>は,その発生原因を検討し,表面波の位 相差が列車の走行安定性に影響を与え得ることを指摘した. Xia ら<sup>(6)</sup>は,位相差を考慮した地震動下での走行列車と連 続橋との動的相互作用解析を行った.彼らの解析では,橋梁 は同位相の波動入射に対し最大応答を示す一方,列車は位相 差の影響に鋭敏であるという結果を得ている.

既往の研究では、入射地震波の位相差の影響に着目しては いるものの、連続橋は打ち切り端(橋台)をもつ有限長構造 物としてモデル化されている.この場合、打ち切り端からの 反射波が動的応答に何らかの影響を及ぼすこととなる.した がって、この時の動的挙動は地震動の位相差だけではなく、 構造端からの反射波にも支配されることとなる.しかし、一 般にこれらの影響を分離することは困難であり、従来用いら れて来た様な有限長モデルでの数値解析で位相差の影響のみ 抽出することは不可能である.

本研究では,位相差の効果のみを議論するために,多径間 連続橋を半無限地盤上の無限周期構造物によりモデル化す る.その下で,SH波を様々な角度で入射し,定常応答解析 を行う.定常応答解は,周期性をもつ連続橋・地盤連成系を 構成するユニットセルの動的問題を解くことによって求める. また,半無限地盤はインピーダンス行列を用いて表現する.

<sup>2011</sup> 年 9 月 29 日受付, 2011 年 11 月 4 日受理



Fig. 1 Periodic-continuous bridge



Fig. 2 Unit cell

これにより,無限周期構造における連成系の問題は,ユニットセルの動的問題に帰着して解くことが可能となる.以下の 解析では,定常連成解析を通して共振応答を抽出し,水平方 向波数と円振動数で与えられる位相空間内にそれらをプロッ トする.そして,そのようにして得られた共振点の分布と剛 基盤上におかれた当該連続橋の分散曲線とを比較し,地盤・ 基礎系が共振特性に及ぼす影響について調べる.また,地盤 剛性を変更して解析を行い,それが共振特性に及ぼす影響に ついても検討する.

# 連続橋・半無限地盤連成系の定常応答解析手法 1. 対象とする問題

Fig.1 に示すような半無限成層地盤上におかれた無限周期 構造を有する多径間連続橋を考える.当該連続橋は基礎,橋 脚,連続桁によって構成されている.桁は橋脚上端に固定さ れているものとする.また,橋脚と基礎からなる下部工は, 単一の構造体を並列して与えられ,それぞれ間隔Lで周期 的に配置されているものとする.地盤はn+1層から成る半 無限場によって与える.いずれの層も等方弾性場とする.最 下層の $S_0$ 層は一様半無限場として与える.入射波 $u^I$ は,調 和 SH 平面波とし,入射角 $\theta$  で $S_0$ 内を上方に伝播するもの とする.この入射波動の面外変位は次式で表される.

$$u^{I} = A e^{i(\omega t - \boldsymbol{k} \cdot \boldsymbol{r})} \tag{1}$$

ここで, A は振幅, t は時間,  $\omega$  は円振動数, k は波数ベクトル, r は位置ベクトルである.  $S_0$  内のせん断波の伝播速

度は $c = \omega/|\mathbf{k}|$ で与えられる.SH 波を入射波としているので,動的応答も面外変位で構成される.地盤と基礎は四辺形有限要素により離散化し,連続橋は曲げと捩じりを考慮したはり要素によりモデル化する.

### 2.2. 運動方程式

入射波 u<sup>1</sup> による定常応答問題を考える.Fig.1 に示した 1 ユニットから,成層地盤 S<sub>1</sub> より上部の有限領域を取り出す (Fig.2).Fig.2 で示したユニットセルの運動方程式は次式で 与えられる.



ここで, $\hat{K}_{ij} = K_{ij} - \omega^2 M_{ij}$ , $K_{ij}$ は剛性行列, $M_{ij}$ は質量 行列である.また,uは節点変位,Fは節点力,vは仮想変 位ベクトルであり,(<sup>-</sup>)は共役であることを示す.また,添 え字L,R,Bはそれぞれユニットの左,右,底辺の境界節点 のものであることを示しており,底辺の境界 $\Gamma_B$ は最下層 $S_0$ と $S_1$ との接合面に置くものとする.添え字Mは残りの部分 (領域内部)の節点であることを意味する.この部分では外力 が作用しないものとし, $\{F_M\} = \{0\}$ とする. 2.3. 周期性による行列の縮約

Floquet 原理<sup>(7)</sup>によると,周期長Lの周期構造物の定常解は,入射波動 $u^{I}$ で規定された波数 $k_{x}$ の下,次の条件を満たす.

$$\{\boldsymbol{u}_{\boldsymbol{R}}\} = e^{-ik_{x}L}\{\boldsymbol{u}_{\boldsymbol{L}}\},$$
  
$$\{\boldsymbol{F}_{\boldsymbol{R}}\} = -e^{-ik_{x}L}\{\boldsymbol{F}_{\boldsymbol{L}}\},$$
  
$$\{\boldsymbol{\bar{v}}_{\boldsymbol{R}}\} = e^{ik_{x}L}\{\boldsymbol{\bar{v}}_{\boldsymbol{L}}\}$$
  
(3)

ここで, k<sub>x</sub> は k の水平成分である.式 (2) に式 (3) を代入し u<sub>R</sub>, F<sub>R</sub> を消去すると,次式を得る.

$$\begin{bmatrix} \hat{\mathbf{K}'}_{LL} & \hat{\mathbf{K}'}_{LM} & \hat{\mathbf{K}'}_{LB} \\ \hat{\mathbf{K}'}_{ML} & \hat{\mathbf{K}'}_{MM} & \hat{\mathbf{K}'}_{MB} \\ \hat{\mathbf{K}'}_{BL} & \hat{\mathbf{K}'}_{BM} & \hat{\mathbf{K}'}_{BB} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u}_L \\ \mathbf{u}_M \\ \mathbf{u}_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{F}_B \end{bmatrix}$$
(4)

ここで, $\hat{K'}_{ij}$ は $u_R$ に関して縮約した行列を意味する.具体的には次式のように与えられる.

$$\begin{bmatrix} \hat{K}' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{K}_{LL} + \hat{K}_{RR} + a\hat{K}_{LR} + \bar{a}\hat{K}_{RL} & \hat{K}_{LM} + \bar{a}\hat{K}_{RM} & \hat{K}_{LB} + \bar{a}\hat{K}_{RB} \\ \hat{K}_{ML} + a\hat{K}_{MR} & \hat{K}_{MM} & \hat{K}_{MB} \\ \hat{K}_{BL} + a\hat{K}_{BR} & \hat{K}_{BM} & \hat{K}_{BB} \end{bmatrix}$$
(5)

ここで, $a = e^{-ik_x L}$ である.

**2.4.** Γ<sub>B</sub> での境界条件

ユニットセル底辺の境界  $\Gamma_B$  は、Fig.2 のように半無限場  $S_0$  と結合している、 $\Gamma_B$  上で変位の適合条件と力のつり合い 条件を課すと、次式を得る.

$$\{\boldsymbol{u}_B\} = \{\boldsymbol{u}_0\}, \; \{\boldsymbol{F}_B\} + \{\boldsymbol{F}_0\} = \{\boldsymbol{0}\} \tag{6}$$



Fig. 3 Unit cell  $D_0$  of half-plane  $S_0$ 

ここで, $u_0$ , $F_0$ は $S_0$ の $\Gamma_B$ における変位と節点力ベクトル である. $u_0$ および $F_0$ は入・反射波動により次式のように分 離することができる.

$$\{\boldsymbol{u}_0\} = \{\boldsymbol{u}_0^I\} + \{\boldsymbol{u}_0^R\} \quad , \quad \{\boldsymbol{F}_0\} = \{\boldsymbol{F}_0^I\} + \{\boldsymbol{F}_0^R\} \quad (7)$$

ここで, $()^{I}$ , $()^{R}$ はそれぞれ入射波と反射波成分を意味 している. $F_{0}^{I}$ , $F_{0}^{R}$ を $u_{0}^{I}$ , $u_{0}^{R}$ で表現するために,次式のイ ンピーダンス行列 $K_{D}$ , $K_{U}$ を導入する.

$$\{\boldsymbol{F}_{0}^{I}\} = -\left[\boldsymbol{K}_{U}\right]\{\boldsymbol{u}_{0}^{I}\} \quad , \quad \{\boldsymbol{F}_{0}^{R}\} = \left[\boldsymbol{K}_{D}\right]\{\boldsymbol{u}_{0}^{R}\} \quad (8)$$

ここで,  $K_D$  は  $S_0$  の境界  $\Gamma_B$  におけるインピーダンス行列 で,  $K_U$  は  $S_0$  を補完する上半無限場  $\bar{S}_0$  の  $\Gamma_B$  上における インピーダンス行列である. $K_U$  は  $\bar{S}_0$  において上方に伝播 する波動を生成し,  $[K_U] \{ u_0^I \}$  は  $\bar{S}_0$  の下端に  $u_0^I$  を生じさ せる節点力を与える.そのため,  $S_0 \ge \bar{S}_0$  との間の力のつり 合いにより,  $S_0$  上辺境界で評価した  $F_0^I$  は,式 (8) において  $-[K_U] \{ u_0^I \}$  で与えられる.

式(8)を式(7)に代入して、次式を得る.

$$\{\boldsymbol{F}_0\} = -\left[\boldsymbol{K}_U\right] \{\boldsymbol{u}_0^I\} + \left[\boldsymbol{K}_D\right] \{\boldsymbol{u}_0^R\}$$
(9)

式 (7) より  $\{\boldsymbol{u}_0^R\} = \{\boldsymbol{u}_0\} - \{\boldsymbol{u}_0^I\}$  であるので,式 (9) は次式のように書ける.

$$\{\boldsymbol{F}_0\} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{K}_D \end{bmatrix} \{\boldsymbol{u}_0\} - \begin{bmatrix} \boldsymbol{K}_D + \boldsymbol{K}_U \end{bmatrix} \{\boldsymbol{u}_0^I\}$$
(10)

式 (6),(10) より,  $F_B$  は次式で与えられる.

$$\{\boldsymbol{F}_B\} = -\left[\boldsymbol{K}_D\right] \{\boldsymbol{u}_B\} + \left[\boldsymbol{K}_D + \boldsymbol{K}_U\right] \{\boldsymbol{u}_0^I\}$$
(11)

式 (11) を式 (4) に代入して,次の求解方程式を得る.

$$\begin{bmatrix} \hat{K}'_{LL} & \hat{K}'_{LM} & \hat{K}'_{LB} \\ \hat{K}'_{ML} & \hat{K}'_{MM} & \hat{K}'_{MB} \\ \hat{K}'_{BL} & \hat{K}'_{BM} & \hat{K}'_{BB} + K_D \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u_L \\ u_M \\ u_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ [K_D + K_U] u_0^I \end{pmatrix}$$
(12)

## 2.5. インピーダンス行列の導出

式 (12) より,本問題はインピーダンス行列  $K_D K_U$  の導出に帰着する.ここでは,半無限動弾性場のインピーダンス行列を,文献  $^{(8)(9)}$  による手法と同様の手順に基づいて構成する.本節では  $K_D$  の導出を例にその過程を示す.

面外変位を次式のように近似する.

$$u(x,y) = \sum_{j} N_j(x) u_j e^{i\beta y} := \left[ \mathbf{N} \right] \{ \mathbf{u} \} e^{i\beta y} \quad (y < 0) \quad (13)$$

ここで,u(x,y)は, Fig.3 に示すような半平面  $S_0$ を代表す るユニットセル  $D_0$ で定義されている.式(13)で,uはx軸 方向に有限要素で離散化し,y方向に波数 $\beta$ の平面波で表し ている. $N_j$ はx方向の補間関数, $u_j$ は節点変位である.な お, $\beta$ の値の決定方法については後程述べる.

せん断ひずみ2成分は次式で表される.

$$\left\{\varepsilon\right\} = \left\{\begin{array}{c}\gamma_{xz}\\\gamma_{yz}\end{array}\right\} = \left\{\begin{array}{c}\partial u/\partial x\\\partial u/\partial y\end{array}\right\}$$
(14)

式(13)を式(14)に代入して次式を得る.

$$\left\{\boldsymbol{\varepsilon}\right\} = e^{i\beta y} \begin{bmatrix} \boldsymbol{N}'\\ i\beta \boldsymbol{N} \end{bmatrix} \{\boldsymbol{u}\} := e^{i\beta y} \begin{bmatrix} \boldsymbol{B} \end{bmatrix} \{\boldsymbol{u}\}$$
(15)

ここで, $N' = \partial N' / \partial x$ である.また,せん断応力は次式で 与えられる.

$$\left\{\boldsymbol{\sigma}\right\} = \left\{\begin{matrix} \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{matrix}\right\} = \begin{bmatrix} \mu & 0 \\ 0 & \mu \end{bmatrix} \left\{\boldsymbol{\varepsilon}\right\} := \begin{bmatrix} \boldsymbol{D} \end{bmatrix} \left\{\boldsymbol{\varepsilon}\right\} \qquad (16)$$

ここで,μはせん断弾性係数である.式(15),(16)より次式 を得る.

$$\{\boldsymbol{\sigma}\} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{B} \end{bmatrix} \{\boldsymbol{u}\} e^{i\beta y}$$
(17)

D<sub>0</sub>での運動方程式は次のようになる.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K} \end{bmatrix} \{ \mathbf{u} \} - \omega^{2} \begin{bmatrix} \mathbf{M} \end{bmatrix} \{ \mathbf{u} \} = \{ \mathbf{F} \},$$
$$\begin{bmatrix} \mathbf{K} \end{bmatrix} = \int_{0}^{L} \begin{bmatrix} \mathbf{B}^{\star} \mathbf{D} \mathbf{B} \end{bmatrix} dx,$$
$$\begin{bmatrix} \mathbf{M} \end{bmatrix} = \int_{0}^{L} \rho \begin{bmatrix} \mathbf{N}^{T} \mathbf{N} \end{bmatrix} dx,$$
$$\{ \mathbf{F} \} = \{ -\tau_{xz}(0), 0, \cdots, 0, \tau_{xz}(L) \}$$
(18)

ここで, *B*<sup>\*</sup> は *B* の共役転置であり, ρ は質量密度である. なお,有限要素マトリクスは一次元の積分計算により構成さ れる.式(18) で *K* は β の関数である.β を決定するために, まず *B* を次の二項に分離する.

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{B} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{B}_1 \end{bmatrix} + i\beta \begin{bmatrix} \boldsymbol{B}_2 \end{bmatrix},$$
$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{B}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{N'} \\ \boldsymbol{0} \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \boldsymbol{B}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{N} \end{bmatrix}$$
(19)

式 (19) より K は次式のように書ける.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_1 \end{bmatrix} + \beta^2 \begin{bmatrix} \mathbf{K}_2 \end{bmatrix},$$
$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_1 \end{bmatrix} = \int_0^L \begin{bmatrix} \mathbf{B}_1^T \mathbf{D} \mathbf{B}_1 \end{bmatrix} dx, \begin{bmatrix} \mathbf{K}_2 \end{bmatrix} = \int_0^L \begin{bmatrix} \mathbf{B}_2^T \mathbf{D} \mathbf{B}_2 \end{bmatrix} dx$$
(20)

式(18)に式(3)の周期性を課すと,次の固有値問題を得る.

$$\left[\boldsymbol{K}'_{1}-\omega^{2}\boldsymbol{M}'\right]\left\{\boldsymbol{u}'\right\}=-\beta^{2}\left[\boldsymbol{K}'_{2}\right]\left\{\boldsymbol{u}'\right\}$$
(21)

ここで,()'はユニットセル右辺の節点値について縮約したことを表している.この式より固有値 – $\beta^2$ を求め,さら

Table 1 Mechanical parameters of bridge

	Girder	Pier
Flexural rigidity $(GN \cdot m^2)$	16150	126970
${\rm Torsional\ rigidity}({\rm GN}{\cdot}{\rm m}^2)$	1223	529
Mass per unit $length(kg/m)$	42100	116500
Mass moment of inertia (kg·m <sup>2</sup> )	1239000	103000

に深さ方向 (-y) に伝播する波動に対応する  $\beta_j$  を決定する. 得られた  $\beta_j$  をもとに以下のように解を構成する.

$$\{\boldsymbol{u'}\} = \sum_{j} e^{i\beta_{j}y} \{\boldsymbol{\phi'}_{j}\} \alpha_{j} = \left[\boldsymbol{\Phi'}\right] \{e^{i\beta_{j}y} \alpha_{j}\}, \qquad (22)$$

ここで,  $\{\phi'_{j}\}$  は固有ベクトル,  $[\Phi']$  はそれらを列成分に持 つ行列,  $\alpha_{j}$  は結合パラメータである.

y = 0 でのせん断応力  $\tau_{yz}(x, 0)$  は次式で与えられる.

$$\tau_{yz}(x,0) = i\mu \left[ \mathbf{N} \right] \left[ \mathbf{\tilde{\Phi}} \right] \{ \mathbf{\alpha} \},$$
  
$$\left[ \mathbf{\tilde{\Phi}} \right] = \left[ \beta_1 \phi_1, \cdots, \beta_N \phi_{\mathbf{N}} \right]$$
(23)

ここで  $\{\phi_j\}$ は,式 (3)の周期性により  $\{\phi'_j\}$ を縮約前のベクトルに復元したものである.y = 0での内部節点力  $\{F_0\}$ は次式を満たすように定義される.

$$\begin{bmatrix} \bar{\boldsymbol{v}}^T \end{bmatrix} \{ \boldsymbol{F}_0 \} = \begin{bmatrix} \bar{\boldsymbol{v}}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{C} \end{bmatrix} \{ \boldsymbol{\alpha} \} \text{ for } \forall \{ \boldsymbol{v} \}, \\ \begin{bmatrix} \boldsymbol{C} \end{bmatrix} = \int_0^L i \mu \begin{bmatrix} \boldsymbol{N}^T \boldsymbol{N} \end{bmatrix} dx \begin{bmatrix} \tilde{\boldsymbol{\Phi}} \end{bmatrix}$$
(24)

式 (22) より, y = 0 での節点変位は次式で与えられる.

$$\{\boldsymbol{u}_0\} = \left[\boldsymbol{\Phi}\right]\{\boldsymbol{\alpha}\} \tag{25}$$

ここで,  $[\Phi]$  は  $\{\phi_j\}$  を成分に持つ行列である.よって,  $\{\alpha\}$ は次式により与えられる.

$$\{\boldsymbol{\alpha}\} = \left[\boldsymbol{\Phi}\right]^{-1} \{\boldsymbol{u}_0\}$$
(26)

式 (26) を式 (24) に代入して, インピーダンス行列 *K<sub>D</sub>* を 得る.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_D \end{bmatrix} \{ \mathbf{u}_0 \} = \{ \mathbf{F}_0 \}, \quad \begin{bmatrix} \mathbf{K}_D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{\Phi} \end{bmatrix}^{-1}$$
(27)

 $K_U$ も同様にして求めることができる.

### 3. 解析結果

3.1. 解析条件

文献<sup>(3)</sup>を参考に, Fig.4, Table 1,2 のように連続橋と地 盤の物性値および寸法を定めた.なお,基礎はコンクリート ケーソンとしてモデル化した.地盤は6層から成る弾性場と して与えた.基礎は第3層に支持されており,ユニットの周 期長はL = 120mとなっている.

### 3.2. 共振点の分布

動的応答解析は周波数  $0.1 \le \omega/2\pi \le 8(\text{Hz})$ ,入射角  $0 \le \theta \le 90^{\circ}$ の範囲内で行った.この領域の離散点に対して,桁



Fig. 4 Analytical conditions of continuous bridge

Table 2 Material constants of soil layers(Original layers)

Layer	Thickness(m)	c(m/s)	$\rho(\rm kg/m^3)$
0	$\infty$	339.88	2200
1	6.3	296.80	1900
2	3.3	261.64	1900
3	2.6	219.51	2050
4	4.0	178.03	1850
5	6.0	76.42	2050
6	5.0	91.24	2050

のたわみ振幅の極大値が得られた点での応答を共振点として 抽出する.これにより得られた点の分布を Fig.5 に示す.こ の図の水平軸は,次式で与える水平方向波数により定義さ れる.

$$k_x = \frac{\sin\theta}{c}\omega\tag{28}$$

ー般に,周期場の分散構造は波数領域で $2\pi/L$ の周期性を持つ<sup>(10)</sup>.この領域での波数は Floquet 波数  $\kappa$  と呼ばれる. $\kappa$  と $k_x$  とは次の対応関係を有する.

$$k_x = \kappa, \quad -\kappa + \frac{2\pi}{L}, \quad \kappa + \frac{2\pi}{L}, \quad -\kappa + \frac{4\pi}{L}, \quad \cdots$$
 (29)

ここで,右辺第i式はi番目の分散曲線に適用される関係式 である.Fig.5 で,共振点の波数は式(29)によって変換され たものである.図には,剛基盤上の連続橋の分散曲線を実 線で,当該地盤のLove波の分散曲線を破線でそれぞれ示し た.なお,図中の周波数域では1次のLove波モードのみ存 在している.連続橋の分散曲線において,最低振動数が約  $\omega = 12(rad/s)$ となっている.このことから,剛基盤上の連 続橋では,波動モードが最低周波数(カットオン周波数)を 有することが分かる.また,14~17(rad/s)の振動数帯には モードが存在していない.これはストップバンド,もしくは バンドギャップと呼ばれるもので,この周波数域には減衰せ ずに伝播し得る波動モードが存在しない.

振動数が 20(rad/s) 以上の共振点分布は,分散曲線とほぼ



Fig. 5 Distribution of resonant points (Original layers)



Fig. 6 Resonant mode (Original layers, 13(rad/s))

ー致している.一方,低振動数域ではこれらのずれがより顕 著になっている.このことから,高振動数域の共振応答にお いて基礎や地盤の影響はほとんどなく,剛基盤上の連続橋の 分散特性と共振特性とはほぼ一致することが分かる.一方, 7.5 (rad/s)以下の低振動数域では,共振点がLove 波の分散 曲線付近に分布していることがわかる.これは,低振動数域 で連続橋・地盤連成系内を伝播する共振波動が,Love 波モー ドに支配されていることを意味する.なお,k = 0 での共振 点は,本来k > 0 での共振点分布に接続すると考えられる. しかし, $\omega < 10$ (rad/s)では,明瞭な共振点は認められなかっ た.よって, $\omega \simeq 4$ (rad/s)での共振点がカットオン周波数に 対応するものか否かは明らかでない.

また,最大応答振幅は, κ ≈ π/L 付近において得られた. この共振点でのユニットセルの変形の様子を Fig.6 に示す. 橋脚を節として,スパン中央部が大きくたわんでいるのがわ かる.この応答は定在波のような振舞を示しているが,あく まで進行波の入射によって励起されたものである.よって, 位相差を考慮しない解析では,この卓越応答を捉えることは 不可能である.

#### **3.3.** 地盤剛性の影響

前節で示したように,低振動数域での地盤・構造系の相互

Table 3 Material constants of soft layers

Layer	Thickness(m)	c(m/s)	$ ho({ m kg/m^3})$
0	$\infty$	339.88	2200
1	6.3	296.80	1900
2	3.3	261.64	1900
3	2.6	219.51	2050
4	4.0	90.00	2000
5	6.0	85.00	1900
6	5.0	80.00	1900

Table 4 Material constants of hard layers

Layer	$\operatorname{Thickness}(\mathbf{m})$	c(m/s)	$ ho({ m kg/m^3})$
0	$\infty$	339.88	2200
1	6.3	296.80	1900
2	3.3	261.64	1900
3	2.6	219.51	2050
4	4.0	190.00	2050
5	6.0	180.00	2000
6	5.0	170.00	2000

作用は,地盤の動的挙動に支配されている.そこで,地盤構 造の違いが応答に及ぼす影響を評価するために,硬い地盤と 軟らかい地盤の二つの条件下でさらに解析を行う.解析条件 は, Table 3,4 に示すとおりである.なお,基礎よりも下方 の地盤は前節の解析条件と同一である.解析結果を Fig.7,8 に示す.これらの図には前節の解析結果も合わせて示した. 図より, 10(rad/s) ≥ ωの振動数域では, 共振点の分布が地盤 変更前のものと概ね一致しており,高周波数域の応答は地盤 構造の影響をほとんど受けていないことがわかる.また,低 振動数域での応答は地盤の運動が支配的となるが,共振点分 布において上層地盤の剛性による差異はほとんど認められな い.これは,基礎が比較的剛性の高い第3層に設置されてお り,それより上層の差異が連成系の応答にはほとんど影響し ないためと考えられる.加えて,低振動数域での共振挙動は Love 波の分散特性に支配されるものの,波長が上層の厚さ に比べ十分に長いため,上層地盤の剛性の違いは Love 波に 大きな影響を与えず,そのため共振点分布も地盤構造の影響 を受けなかったものと考えられる.

Fig.9 は,地盤剛性を高く設定した場合の,最大応答を示した共振点における応答変位の様子である.Fig.6 と異なり, 支間中央に節が位置しているものの,隣接する橋脚間の位相差は,変更前の解析条件と同様に約 $\pi$ (rad)となっている.以上より,3.2 での結果と合わせ,無限連続橋の卓越応答は位相差 $\pi$ の定在波モードで与えられることがわかる.



Fig. 7 Distribution of resonant points (Soft layers)



Fig. 8 Distribution of resonant points (Hard layers)

#### 4. おわりに

SH 波の斜め入射を受ける連続橋の定常応答解析を行った. 本手法では,Floquet 原理に基づき,無限周期構造の動的問 題を周期性を特徴づけるユニットセルに帰着して解いた.構 造物と成層地盤との相互作用は,周期場解析の枠組みの中で 考慮した.また,半無限場を伝播する波動は,インピーダン ス行列を用いて表現した.これらのインピーダンス行列は, 半解析的解法を用いて導出した.

連続橋・地盤連成系の共振条件を,応答解析を通して求めた.波数-振動数空間の共振条件は,高い振動数域においては剛基盤上の連続橋の分散曲線により評価できることがわかった.しかし,低振動数域では,地盤や基礎の影響が無視できず,それらに差を生ずる結果が得られた.なお, $\omega \leq 7.5$ (rad/s)の低振動数域での共振点は,Love 波の分散曲線により特徴づけられている.低振動数域の共振点は地盤に支配されるが,上層地盤の剛性の影響は非常に小さいことがわかった.最大応答振幅は $\kappa \approx \pi/L$ 付近で観測された.入射波は地表面に沿って進行するが,それに対するこの共振応答は定在波モードによって特徴づけられている.勿論,この応答は,入射波動の位相差を考慮しない限り得ることはできず,位相差の重要性を示唆するとともに,本手法の有効性を示す結果となった.



Fig. 9 Resonant mode (Hard layers, 12(rad/s))

参考文献

- Matsuno, S., Basavarajaiah, B.S., Ugai, K. and Momiyama Y. : Studies on the behaviour of a multispan continuous bridge in a seismic area, Proc. of JSCE, NO.265, 107-119, 1977.
- (2) 山田善一,竹宮宏和,河野健二,平野明:動的相互作用 を考慮した多点入力系高橋脚橋の地震応答解析,土木学 会論文集,328 号,1-10,1982.
- (3) 竹宮宏和,甲斐史朗:深い杭基礎を有する多径間連続 高架橋の地震応答解析,土木学会論文集,No.332, 1-10, 1983.
- (4) Takemiya, H. and Simada, T. : Seismic analysis of multi-span continuous girder bridge with emphasis on soil-foundation-superstructure interaction, Proc. of JSCE Struct. Eng./Earthq. Eng., Vol.1(2), 77-85, 1984.
- (5) 森伸一郎,和仁晋哉:2004年新潟県中越地震における
   新幹線脱線区間における地盤と高架橋の地震応答推定, 構造工学論文集,Vol.52A,277-288,2006.
- (6) Xia, H., Han, Y., Zhang, N. and Guo, W. : Dynamic analysis of train-bridge system subjected to nonuniform seismic excitations, Earthquake Engng. Struct. Dyn., 35, 1563-1579, 2006.
- (7) Delph, T.J., Herrmann, G. and Kaul, R.K. : Harmonic wave propagation in a periodically layered, infinite elastic body: Antiplane strain, J. Appl. Mech., 45, 343-349, 1978.
- (8) Lysmer, J. and Waas, G. : Shear waves in plane infinite structures, Proc. of ASCE, 98(EM1), 85-105, 1972.
- (9) Hwang, R.N. and Lysmer, J. : Response of buried structures to traveling waves, Proc. of ASCE, 17(GT2), 183-200, 1981.
- (10) Brillouin, L. : Wave propagation in periodic structures, Dover Publications, Inc., 1953.