

格子ボルツマン法による非等温 2 次元噴流騒音の直接シミュレーション Direct simulation of non-isothermal two-dimensional jet noise by the finite difference lattice Boltzmann method

小松 由尚¹⁾, Roberto Rojas²⁾, 葛原 道久³⁾

Yoshinao KOMATSU, Roberto ROJAS and Michihisa TSUTAHARA

- 1) 三菱重工業 (株) (〒453-8515 名古屋市中村区岩塚町字高道 1, E-mail: yoshinao_komatsu@mhi.co.jp)
 2) 神戸大学大学院工学研究科 (〒657-8501 神戸市灘区六甲台町 1-1, E-mail: rcrmroberto_rojas@hotmail.com)
 2) 神戸大学大学院工学研究科 (〒657-8501 神戸市灘区六甲台町 1-1, E-mail: tsutahara@mech.kobe-u.ac.jp)

Direct simulation of acoustic waves emitted by plates in a two-dimensional jet flow are performed by the finite difference lattice Boltzmann method (FDLBM). We have made it clear that the sound is generated by the interaction between vortex of shear layer and vortex behind plates. It is shown that the acoustic pressure frequency of high temperature jet flow is lower than the one of isothermal jet flow.

Key Words : Finite difference lattice Boltzmann method, Two-dimensional jet, Non-isothermal jet, Aeroacoustics

1. はじめに

空力音の研究において、数値計算は研究の強力な支援ツールとなっており¹⁾、現在の計算機の発達に伴って、これら空力音の直接シミュレーションについても実施されるようになってきた。数値流体力学 (CFD) では色々な解法が構築されており、その一つに非常に強力な解法の格子ボルツマン法 (LBM) がある²⁾⁻⁴⁾。ここで、格子ボルツマン法は、従来の Navier-Stokes 方程式に基づいた CFD 解法とは異なり、粒子運動に基づいた CFD 解法である。なお、これまでに構築されているモデルのほとんどは非圧縮性流体に関するモデルであったが、我々の提案しているモデルを含め、圧縮性熱流体モデルも構築されている⁴⁾⁻⁷⁾。そこで本研究では、圧縮性熱流体モデルに対して定式化された差分格子ボルツマン法 (FDLBM: Finite Difference Lattice Boltzmann method) を用いて、非等温場における 2 次元噴流騒音の直接シミュレーションを実施し、空力音及び音源について確認を行った。

2. 差分格子ボルツマン法

2.1 離散 BGK 方程式

FDLBM の基礎方程式は、次に示す離散 BGK (Bhatnager-Gross-Krook) 方程式である。

$$\frac{\partial f_i}{\partial t} + c_{i\alpha} \frac{\partial f_i}{\partial x_\alpha} = -\frac{1}{\tau} (f_i - f_i^{eq}) \quad (1)$$

ここで、 f_i は時間 t 、位置 \mathbf{x} の格子点上で速度 $c_{i\alpha}$ を

持つ粒子の数密度を表す速度分布関数、 τ は単一緩和係数、添え字 i は粒子の移動方向、添え字 α は座標の方向を表している。 f_i^{eq} は局所平衡分布関数である。また式(1)の右辺は粒子の衝突演算項であり、衝突により粒子分布が平衡状態に向かうことを表している。

2.2 時間ステップの緩和

式(1)に示す離散 BGK 方程式では、粒子の衝突演算に単一緩和時間を用いているが、この衝突項の安定性の条件から、高レイノルズ数流れにおいて計算時間が増大するという問題があった。この問題を解決する為、本研究では Tsutahara らが提案している追加項を含んだ離散ボルツマン方程式⁷⁾を基礎方程式としており、次の通り表される。

$$\frac{\partial f_i(\mathbf{x}, t)}{\partial t} + c_{i\alpha} \frac{\partial f_i(\mathbf{x}, t)}{\partial x_\alpha} - \frac{A}{\tau} \frac{\partial \{f_i(\mathbf{x}, t) - f_i^{eq}(\mathbf{x}, t)\}}{\partial x_\alpha} = -\frac{1}{\tau} \{f_i(\mathbf{x}, t) - f_i^{eq}(\mathbf{x}, t)\} \quad (2)$$

ここで、左辺第 3 項は負の粘性を表す項であり、 A は正の定数である。この項により高レイノルズ数流れに対して、時間ステップを大きくとることが出来、計算を高速化できる。

次に、式(1)における粒子速度及び局所平衡分布関数を決めるための粒子モデルを示す。本研究では、Takata, Tsutahara らによって提案された 2 次元圧縮性流れのための D2Q21 モデル⁷⁾を適用する。粒子速度ベクトル $c_{i\alpha}$ を Table 1 に示す。

局所平衡分布関数 f_i^{eq} は、Maxwell 分布を流れの流速 \mathbf{u} について 3 次まで展開した式を用いており、次式の通り表される。

$$f_i^{(0)} = F_i \rho \left(1 - 2B c_{i\alpha} u_\alpha + 2B^2 c_{i\alpha} c_{i\beta} u_\alpha u_\beta + B u^2 - 2B^2 c_{i\alpha} u_\alpha u^2 - \frac{3}{4} B^3 c_{i\alpha} c_{i\beta} c_{i\gamma} u_\alpha u_\beta u_\gamma \right) \quad (3)$$

ここで、 ρ 、 \mathbf{u} 、 e は流れの密度、流速、内部エネルギーに対応している。これらは、粒子速度と速度分布関数を用いて次の通り定義される。

$$\rho(\mathbf{x}, t) = \sum_i f_i(\mathbf{x}, t) \quad (4)$$

$$\rho(\mathbf{x}, t) u_\alpha(\mathbf{x}, t) = \sum_i f_i(\mathbf{x}, t) c_{i\alpha} \quad (5)$$

$$\rho(\mathbf{x}, t) \left(e(\mathbf{x}, t) + \frac{u(\mathbf{x}, t)^2}{2} \right) = \sum_i f_i(\mathbf{x}, t) \frac{c_i^2}{2} \quad (6)$$

また、係数 F_i および B は、 u_α 、 c_i の関数であり、以下の条件を満たすように一意に決定される。

$$\sum_i f_i^{eq}(\mathbf{x}, t) = \rho \quad (7a)$$

$$\sum_i f_i^{eq}(\mathbf{x}, t) c_{i\alpha} = \rho u_\alpha \quad (7b)$$

$$\sum_i f_i^{eq}(\mathbf{x}, t) c_{i\alpha} c_{i\beta} = \rho (e \delta_{\alpha\beta} + u_\alpha u_\beta) \quad (7c)$$

$$\sum_i f_i^{eq}(\mathbf{x}, t) \frac{c_i^2}{2} = \rho \left(e + \frac{u^2}{2} \right) \quad (7d)$$

$$\sum_i f_i^{eq}(\mathbf{x}, t) c_{i\alpha} \frac{c_i^2}{2} = \rho u_\alpha \left(2e + \frac{u^2}{2} \right) \quad (7e)$$

一方、巨視的・連続的な流れ場の支配方程式は、局所平衡分布関数(3)が式(7.a)～式(7.e)を満たす場合、Chapman-Enskog 展開により式(2)から Navier-Stokes 方程式が得られる。ここで、流れの圧力、粘性係数、第2粘性係数、熱伝導率は次の通り表される。

$$\begin{aligned} p &= \rho e \\ \mu &= \rho e (\tau - A) \\ \lambda &= -\rho e (\tau - A) = -\mu \\ \kappa &= 2\rho e (\tau - A) \end{aligned} \quad (8a,b,c,d)$$

また、音速 c_s は次の通り表され、本研究では周囲流体における内部エネルギー（温度）を用いた。

$$c_s = \sqrt{2e} \quad (9)$$

ここで上記パラメータは、最小粒子速度 $|c|=1$ 、基準時間 $t=1$ 、基準長さ $|c|/t=1$ に基づいた無次元値である。

Table.1 Velocity set in D2Q21 model

i	Velocity vector	$ c $
1	(0,0)	0
2-5	(1,0),(0,1),(-1,0),(0,-1)	1
6-9	(2,0),(0,2),(-2,0),(0,-2)	2
10-13	(3,0),(0,3),(-3,0),(0,-3)	3
14-17	(1,1),(-1,1),(-1,-1),(1,-1)	$\sqrt{2}$
18-21	(2,2),(-2,2),(-2,-2),(2,-2)	$2\sqrt{2}$

また計算スキームとして、空間的には3次精度風上差分、時間的には2次精度の Runge-Kutta 法を用いた。

3. 計算条件

本研究では、2次元噴流および噴流下流に設置した固定薄板周りの流れについて、噴流の内部エネルギー（温度）を解析パラメータとした解析を実施した。計算条件を Table.2 に示す。なお、時間刻み幅 (Δt^*) を 0.005、計算ステップ数を 600,000Steps とした。また、下記の通り定義した Mach 数、Reynolds 数は、それぞれ $M=0.3$ 、 $Re=10,000$ とした。

$$M = \frac{U}{c_s}, \quad Re = \frac{UL_0}{\nu} \quad (10)$$

ここに、 U : 噴流流速、 c_s : 周囲流体の音速、 L_0 : 噴流幅を表す。

噴流は計算領域の上流端（左端）中央から x 軸方向に流入させた。また、薄板の設置位置は噴流の下流 $5L_0$ であり、薄板寸法は ${}^H0.1L_0 \times {}^L5L_0$ である。境界条件として、噴流入口を除く上流端、上方端、下方端および薄板上はすべりなし条件とし、内部エネルギーは断熱条件、密度は外挿とした。また、下流端は一樣流出とした。計算領域は流れ方向に約 $2690L_0$ 、流れ直角方向に約 $2200L_0$ とし、計算領域外周側では境界における反射を抑制するため格子幅を大きくした減衰領域を設定し、以下考察する領域において音波の反射の影響が無いことを確認している。計算格子数は 600×381 とし、噴流入口部の格子数を 40 とした。また、物体表面における y^+ は 10~15 程度である。計算領域の格子形状を Fig.1 に示す。

4. 結果および考察

本研究では、初期状態における流体の圧力 p_0 を基準圧力として、変動圧力を次の通り定義した。また、時間は噴流の流入流速で代表長さを通過する時間を基準時間とした無次元時間を用いている。

$$\Delta p = \frac{p - p_0}{p_0} \quad (11a,b)$$

$$t^* = \frac{t}{L_0/U}$$

4.1 音場の形成状況

まず、近接場 $(x,y)=(5L_0,6L_0)$ および遠方場 $(x,y)=(5L_0,100L_0)$ の圧力変動履歴を Fig.2 に示す。Fig.2 の横軸は無次元時間 t^* 、縦軸は無次元圧力変動 Δp を表す。この図より圧力変動レベルを比較すると、近接場では 10^{-2} のオーダー、遠方場では 10^{-3} のオーダーとなっており、両 Case において変動レベルは同等となっている。

次に変動周期を比較すると、近接場では分かり難いものの、遠方場では、Case2 の変動周期が Case1 の変動周期に比べて多少長くなっていることが分かる。この圧力変動履歴の周波数スペクトルを Fig.3 に示す。

なお周波数スペクトル算出には、計算初期を除いた 200,000~600,000Steps のデータを用いた。Fig.3 の横軸は無次元周波数 f^* 、縦軸は無次元圧力変動のリアスペクトルを表す。この図より、近接場では $f^*=0.02 \sim 0.025$ 付近、および $f^*=0.05 \sim 0.055$ 付近に変動ピークが見られる。一方、遠方場では $f^*=0.02 \sim 0.025$ 付近のみに変動ピークが見られる。これより、音波を形成して遠方場まで伝播する圧力変動は、 $f^*=0.02 \sim 0.025$ 付近の圧力変動となっている。また、この音波を形成すると考えられる圧力変動のピーク周波数を比較すると、Case2 のピーク周波数は Case1 のピーク周波数に比べて約 10%程度低くなっている。

次に、遠方場を含んだ圧力変動パターン（無次元時間： $t^*=2100$ ）を Fig.4 に示す。この図より薄板部を中心として上方、下方に音圧が伝播し、薄板の上方と下方で逆位相となっており、音響双極子の指向特性となっている。また、噴流下流方向の近接場 $(x,y)=(15L_0,0L_0)$ および遠方場 $(x,y)=(100L_0,0L_0)$ の圧力変動の周波数スペクトルを Fig.5 に示す。Fig.5 の横軸は無次元周波数、縦軸は無次元圧力変動のリアスペクトルを表す。この図より、噴流下流方向では特に変動ピークは見られず、上方および下方の圧力変動が互いに打ち消しあっており、2重極放射となっている。ここで、音場の特性が音響双極子となっていること、および音波の周波数 $f^*=0.02 \sim 0.025$ が Brown の実験式から予測される周波数 $f^*=0.03$ と同等であることから、今回の現象は edge tone 現象と考えられる。

4.2 音源

本研究における噴流音の音源位置は、薄板近傍と考えられることから、薄板周囲における圧力変動分布および渦度分布の推移を確認する。Case1（等温噴流）における分布を Fig.6 に、Case2（非等温噴流）における分布を Fig.7 に示す。Fig.6, Fig.7 とも、上段は圧力変動分布（レンジ： $\Delta p^*=\pm 0.01$ ）を表し、下段は渦度分布（赤色：反時計回り、青色：時計回り）を表す。

Fig.6 より Case1 では、噴流のせん断層で発生した渦と薄板の先端で発生した渦が衝突し、これらの渦が薄板から剥がれる時の渦の分離など、流れの非定常性により圧力変動が発生していると考えられる。

一方、Fig.7 より Case2 では Case1 と同様に、噴流のせん断層で発生した渦と薄板の先端で発生した渦が衝突している。しかし Case2 では、これら衝突した渦が薄板に沿って下流側に流れており、渦の分離などの流れの非定常性が、Case1 に比べて下流側で発生している。このため、Case2（非等温噴流）は Case1 に比べて圧力変動（噴流音）の周波数が低くなったものと考えられる。ここで、Case2 で渦が薄板に沿って流れるのは、Case2 では周囲流体に比べて噴流の内部エネルギー（温度）が大きい為、密度が小さく、Case1 に比べて噴流の運動量が小さくなっているこ

とが関係していると考えられる。噴流の運動量が小さくなると、周囲流体の駆動力が小さくなり、相対的に周囲流体の流速が低下することで圧力の低下量が小さくなる。一方、薄板近傍の流体密度は噴流と同程度である為、薄板近傍流体の駆動力は同等であり圧力の低下量も同程度と考えられる。これより、Case2 では相対的に周囲流体の圧力が高くなり、渦が平板に沿って流れるものと考えられる。

Table.2 Calculation condition

Case No.	U	e	
		jet	flow field
1	0.3	0.5	0.5
2	0.3	0.6	0.5

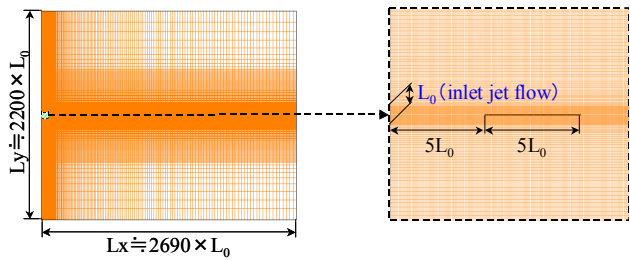
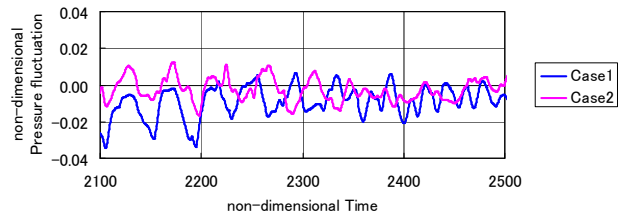
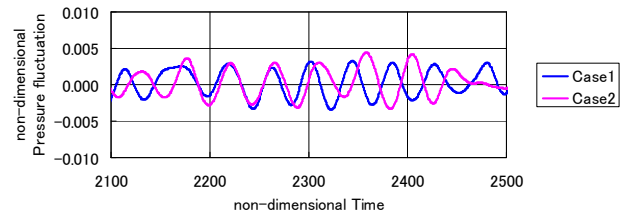


Fig.1 Grid for calculation of the jet flow

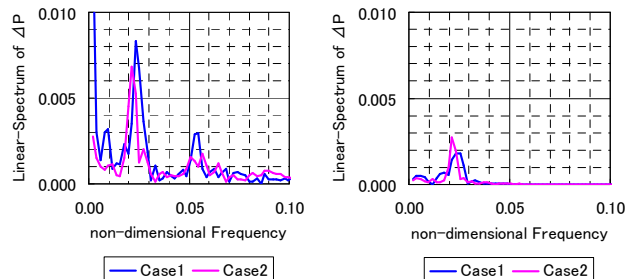


(1) Near Field $(x,y)=(5L_0,6L_0)$



(2) Far Field $(x,y)=(5L_0,100L_0)$

Fig.2 Pressure Fluctuation



(1) Near Field $(5L_0,6L_0)$

(2) Far Field $(5L_0,100L_0)$

Fig.3 Linear-Spectrum of Pressure Fluctuation

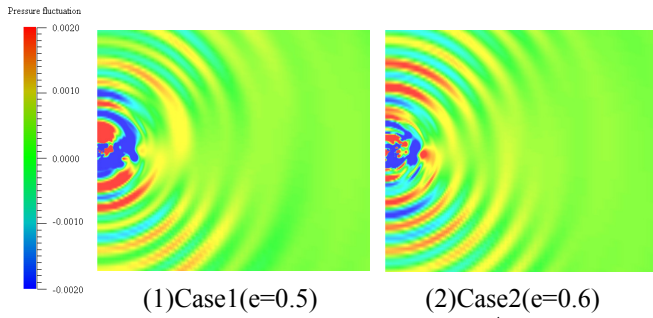
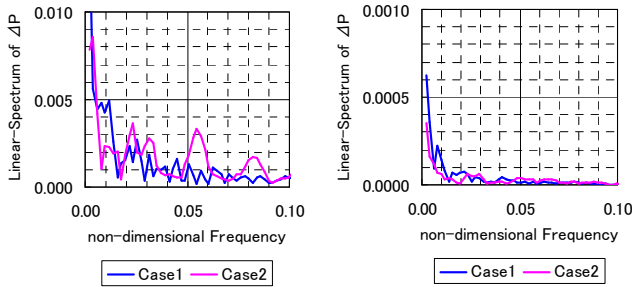


Fig.4 Pattern of Pressure Fluctuation($t^*=2100$)



(1)Near Field($15L_0, 0L_0$) (2)Far Field($100L_0, 0L_0$)
Fig.5 Linear-Spectrum of Pressure Fluctuation

5. 結言

FDLBMを用いた2次元噴流音の直接シミュレーションにより、噴流と噴流下流の物体（薄板）との干渉による発生音を予測することが出来た。また、周囲流体に比べて噴流温度が高い場合、等温度噴流に比べて圧力変動（噴流音）の周波数が低くなる現象が見られた。これは、噴流温度が高い場合、噴流のせん断層から発生する渦と物体から発生する渦の干渉による流れの非定常性が、噴流の運動量の違いに起因してより下流側で発生するためと考えられる。

参考文献

- [1] C.K.W.Tam, "Computational Aeroacoustics: An overview of computational challenges and applications" *International Journal of Computational Fluid Dynamics*, Vol.18 (2004).
- [2] S.Chen, and G.G.Doolen, "Lattice Boltzmann method for fluid flows", *Annual Review Fluid Mechanics*, Ann.Rev.Inc. (1998).
- [3] D.A.Wolf-Gladrow, *Lattice-Gas Cellular Automata and Lattice Boltzmann Models*, Lecture Notes in Mathematics, Springer (2000).
- [4] S.Succi, *The lattice Boltzmann Equation for Fluid Dynamics and Beyond*, Oxford Univ. Press, (2001).
- [5] F.J.Alexander, et al., "Lattice Boltzmann thermodynamics", *Physical Review E*, (1993).
- [6] Y.Chen, et al., "Thermal lattice Bhatnagar Gross Knock model without nonlinear deviations in macrodynamic equations", *Physical Review E*, (1994).
- [7] N.Takata, and M.Tsutahara, "Proposal of Lattice BGK model with internal degrees of freedom in lattice Boltzmann method", *Transaction of JSME B*, (1999).

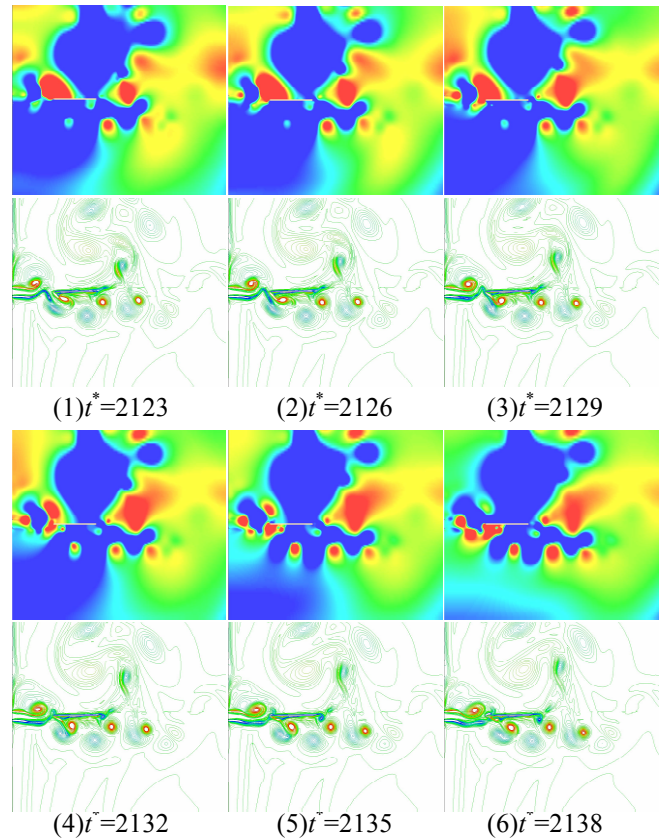


Fig.6 Patterns of Pressure Fluctuation and Vorticity for Case1 ($t^*=2123\sim 2138$)

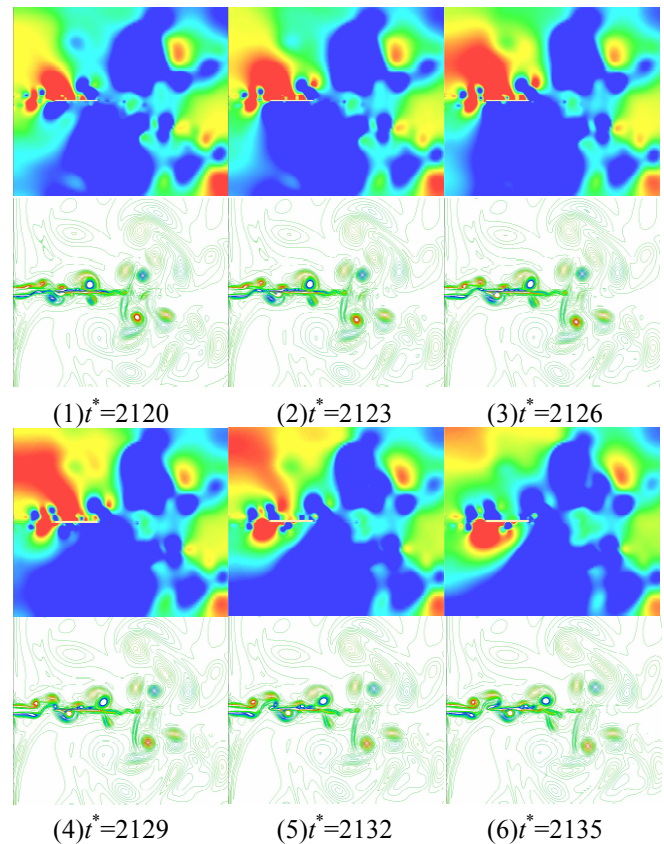


Fig.7 Patterns of Pressure Fluctuation and Vorticity for Case2 ($t^*=2120\sim 2135$)